

Комитет по образованию города Барнаула  
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Гимназия №123»

**Методическая разработка**

**ФОРМИРОВАНИЕ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ ЛОГИЧЕСКИХ  
УМЕНИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 5-6 КЛАССАХ**

**Ф.И.О., должность  
составителя**

Маколкина Татьяна Викторовна,  
учитель математики

## Содержание

Введение.....	3
1. Логическая грамотность как основа системы обобщенных логических умений в курсе математики 5-6 классов.....	7
2. Состав системы обобщенных логических умений в курсе математики 5-6 классов.....	17
3. Методическое обеспечение формирования системы обобщенных логических умений в курсе математики 5-6 классов .....	21
3.1. Цели и содержание формирования обобщенных логических умений ...	23
3.2. Организационные формы, средства и диагностика формирования логических умений.....	33
4. Серия упражнений, направленных на формирование умений связанных с определениями.....	45
5. Серия упражнений, связанных с классификацией .....	52
6. Серия упражнений, связанных с элементами дедукции .....	54
7. Серия упражнений на формирование умений, связанных с логическими операциями .....	58
Заключение .....	61
Список литературы .....	62

## **Введение**

Образование на современном этапе характеризуется усилением внимания к ученику, к его саморазвитию, самопознанию. Главное в новой педагогической парадигме – личностно-ориентированное обучение. Личностно-ориентированное обучение, по мнению исследователей, должно обеспечивать развитие и саморазвитие личности ученика, исходя из выявления его индивидуальных особенностей как субъекта познания и предметной деятельности). Образовательный процесс личностно-ориентированного обучения представляет каждому ученику возможность реализовать себя в познании, учебной деятельности, поведении, опираясь на его способности, склонности, интересы, ценностные ориентации и субъективный опыт. Концепция личностно-ориентированного обучения обуславливает развитие и математического образования.

Современное общество требует интеллектуального развития учащихся в интеграции с развитием творческих и коммуникативных способностей личности, умением свободно ориентироваться в нарастающем потоке информации. «Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования» (далее ФГОС-2) устанавливает личностные, метапредметные и предметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования. В основе Стандарта лежит системно-деятельностный подход, который обеспечивает формирование готовности к саморазвитию и непрерывному образованию, проектирование и конструирование социальной среды развития обучающихся в системе образования, активную учебно-познавательную деятельность обучающихся, построение образовательного процесса с учётом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся.

Системно-деятельностный подход в построении образовательного стандарта позволяет выделить основные результаты обучения и воспитания, выраженные в терминах ключевых задач развития учащихся и формирования

универсальных способов учебных и познавательных действий, которые, в свою очередь, и положены в основу отбора и структурирования содержания образования.

Пересмотр целевых установок и приоритетов в определении образовательных результатов обусловил включение в состав ФГОС-2 «Программы развития универсальных учебных действий».

Универсальные учебные действия реализуются через умения. Под умениями мы будем понимать освоенный субъектом способ выполнения действия, обеспечиваемый совокупностью приобретенных знаний и навыков.

Важнейшей проблемой, стоящей перед педагогической наукой и практикой, является создание единой системы умственного развития школьников. На наш взгляд, одним из путей решения данной проблемы является систематическое формирование логических умений в процессе школьного обучения.

С этих позиций мы считаем целесообразным формирование системы логических умений при обучении математике в 5-6 классах.

С одной стороны, обучение математике с опорой на специально сформированные логические умения способствует более глубокому и прочному усвоению предметного материала. С другой стороны, формирование логических умений с помощью учебного предмета «математика» способствует общелогическому развитию учащихся, которое необходимо для дальнейшего обучения, межличностных отношений в социуме и разрешения проблем, возникающих в жизни.

Целесообразность формирования логических умений в курсе математики, начиная с 5 класса, вызвана требованиями данного ФГОС-2 как в отношении курса математики, так и других дисциплин. Курс математики 5-6 классов, по сравнению с начальными классами, требует более развитых логических умений, в частности, правильного формулирования определений, умения классифицировать различные объекты, проводить доказательства утверждений. Как показали исследования психологов, подобные умения

доступны учащимся данной возрастной группы. Учебная деятельность подростка в связи с переходом его в 5 класс подвергается значительным изменениям – новая система обучения требует и более организованной умственной деятельности. Поэтому 11-12 лет – наиболее благоприятный возраст для начала активного формирования логических умений. Задача при обучении математике в 5-6 классах состоит в том, чтобы подкрепить все достоинства подросткового возраста и учитывать особенности школьников этого возраста для формирования системы логических умений.

Формирование системы логических умений в курсе математики 5-6 классов мы рассматриваем как пропедевтическую работу перед дальнейшим изучением математики в средней школе, которое требует наличия у учащихся достаточно сформированных логических умений. Целесообразно продолжить такую работу в 7 классе, опираясь на логические умения, выработанные в 5-6 классах.

Однако, согласно концепции ФГОС-2 и Программы развития универсальных учебных действий, логические умения органически связаны с личностными, коммуникативными, регулятивными умениями. Формирование коммуникативных умений направлено на умение ясно и точно выражать свои мысли в устной и письменной речи, логически грамотно воспринимать устную и письменную речь; регулятивных – на умение проводить обобщения и открывать закономерности на основе анализа частных примеров, эксперимента, выдвигать гипотезы и понимать необходимость их проверки; личностных – на умение использовать изученные логические действия в различных учебных предметах, а также в жизненных ситуациях.

В связи с этим, логические умения мы понимаем более широко. Считаем, что логические умения, формируемые при обучении математике в 5-6 классах следует рассматривать как целостную систему, интегрирующую личностные, метапредметные и предметные результаты образования, то есть *систему обобщенных логических умений.*

В результате анализа научных работ по теме исследования, опыта учителей и собственного педагогического опыта мы выяснили, что отсутствует методическое обеспечение формирования обобщенных логических умений в курсе математики 5-6 классов как пропедевтических перед дальнейшим изучением математики с позиций системно-деятельностного подхода.

Для этого нужно построить методическую систему формирования обобщенных логических умений, включающую в себя цели, содержание, формы, средства, принципы обучения, диагностику результатов.

## **1. Логическая грамотность как основа системы обобщенных логических умений в курсе математики 5-6 классов**

В основной школе в 5-6 классах изучается один предмет математического цикла: «Математика».

Содержание раздела «Арифметика» в 5-6 классах служит базой для дальнейшего изучения учащимися математики, способствует их логическому мышлению, формированию умения пользоваться алгоритмами, а также приобретению практических навыков, необходимых в повседневной жизни.

Содержание раздела «Алгебра» способствует формированию у учащихся 5-6 классов математического аппарата для решения задач из разных разделов математики, смежных предметов, окружающей реальности. Раздел «Вероятность и статистика» усиливает прикладное и практическое значение школьного образования. Цель содержания раздела «Геометрия» – развить у учащихся пространственное воображение и логическое мышление путем систематического изучения свойств геометрических фигур на плоскости и в пространстве. Особенностью раздела «Логика и множества» является то, что представленный в нем материал преимущественно изучается при рассмотрении различных вопросов курса. Соответствующий материал нацелен на математическое развитие учащихся, формирование у них умения точно, сжато и ясно излагать мысли в устной и письменной речи.

Поэтому именно к 5 классу целесообразно отнести начало систематической работы по формированию обобщенных логических умений. Эта целесообразность диктуется потребностями как самого курса математики, так и других дисциплин и обусловлена тем обстоятельством, что в курсе математики 5-6 классов значительно, по сравнению с начальными классами, увеличивается объем сведений и упражнений логического характера. С 7 класса начинается изучение систематического курса алгебры и

геометрии, которое требует наличия у учащихся достаточно высокой предварительной логической подготовки.

Для содержательных линий, выделенных в курсе математики 5-6 классов, проанализируем, какие логические умения нужны, чтобы овладеть указанными линиями.

При изучении темы «Натуральные числа» ученику необходимо уметь: сравнивать и упорядочивать натуральные числа; анализировать и осмысливать текст задачи, переформулировать условие, извлекать необходимую информацию; строить логическую цепочку рассуждений; критически оценивать полученный ответ; формулировать определения делителя и кратного, простого и составного числа; формулировать свойства и признаки делимости; доказывать и опровергать с помощью контрпримеров утверждения о делимости чисел; классифицировать натуральные числа (на четные и нечетные, по остаткам от деления, например, на 3 и т.д.)

При изучении темы «Дроби» от ученика требуется уметь: формулировать определение обыкновенной, десятичной дроби, проводить классификацию обыкновенных дробей (правильные, неправильные дроби; сократимые, несократимые дроби и т.д.). Проводить несложные рассуждения, связанные с понятием дроби.

При изучении темы «Рациональные числа» ученикам необходимо уметь: классифицировать множество рациональных чисел; сравнивать и упорядочивать рациональные числа, выполнять действия с рациональными числами.

Изучая числовые и буквенные выражения, уравнения, учащиеся должны уметь проводить доказательства в несколько шагов (например доказать что данное число является корнем уравнения), а также опровергать с помощью контрпримеров встречающиеся ложные утверждения.

При изучении геометрических фигур учащиеся должны уметь дать определения различных геометрических фигур, выделить в соответствующих определениях родовое понятие и видовое отличие, уметь составлять пары



«род-вид» и «вид-род», подбирая компоненты этих пар из заданной совокупности понятий. В некоторых учебниках 5-6 классов в явном виде определения геометрических фигур не даются, поэтому учащиеся должны сами уметь давать определения, основываясь на жизненный опыт.

Темы, связанные с геометрическими фигурами, представляют собой пропедевтику систематического курса геометрии, где нужно уметь доказывать теоремы о свойствах всевозможных фигур и отношениях между ними. Поэтому у учащихся уже в 5-6 классах целесообразно вырабатывать умение проводить небольшие доказательства, а также опровергать утверждения, связанные с геометрическими фигурами с помощью контрпримеров.

Таким образом, логические умения, которые должны начать осваивать учащиеся 5-6 классов при изучении математики, распределяются на четыре группы:

- правильно дать определение знакомому понятию, используя при необходимости анализ структуры определения;
- классифицировать в соответствии с общенаучными правилами;
- проводить доказательства в 1–3 шага;
- правильно понимать и применять логические связки (и; или; не; если ..., то).

Выделенные умения составляют логическую грамотность в трактовке И.Л. Никольской.

Охарактеризуем эти умения более подробно.

1. Значение определений в процессе формирования логических умений у школьников трудно переоценить. А.Я. Хинчин указывал, что «... заучивание определений является актом высокой логической культуры, а не схоластической зубрежкой», и это обстоятельство должно быть доведено до сознания учащихся.

Для того, чтобы определить понятие, надо указать его место в ряду других понятий данной науки, выявить его связи, зависимости от других

понятий, а такая работа, несомненно, способствует более глубокому пониманию изучаемых объектов, фактов, явлений и связей между ними. Систематическая работа с учащимися по конструированию и анализу определений приучает их соответственно относиться к своей речи, ясно, кратко и точно выражать свои мысли. Используя при обучении построению определений материал из различных школьных предметов, необходимо показать учащимся единство подходов к определению понятий в разных науках; это даст им представление о логике как части методологии различных наук, приучает к системному, целостному мышлению [126].

Наиболее распространенными в математике являются определения понятий через род и видовое отличие. С определениями именно такого вида чаще всего и встречаются учащиеся 5-6 классов. Логическая форма определений через род и видовое отличие проста, четко выражена и вполне доступна учащимся 5-6 классов, однако без специального рассмотрения этих вопросов школьники при усвоении определений допускают ошибки (например, пропуск родового понятия: «Квадрат – это когда...», подмена родового понятия, понятием, таковым не являющимся «Усеченная пирамида – это пирамида...», неполное видовое отличие «Остров – это часть суши, которая омывается водой»). Поэтому целесообразно рассматривать с учащимися комплекс вопросов, раскрывающих логическую форму определений через род и видовое отличие.

На наш взгляд, необходимо, наряду с четко определенными понятиями, рассматривать с учащимися понятия, у которых нет четко сформулированных определений в учебниках 5-6 классов. Учащиеся должны уметь сами придумать определение такому понятию. Подобные упражнения развивают логическое и абстрактное мышление учащихся, а также в большой степени работает воображение. Учащиеся представляют себе образ какого-то понятия и пытаются его воспроизвести. При изучении и актуализации определений учащиеся должны выявлять структурные компоненты

(определяемое понятие, родовое понятие, видовое отличие) которые помогают лучше понять и усвоить определение.

2. Классификация имеет огромное значение для теоретической и практической деятельности людей. Она облегчает изучение предметов и явлений окружающего нас мира.

Классификация широко используется в математике, химии, географии, биологии; большое значение классификация имеет и в общественных науках.

Этот прием умственной деятельности является средством упорядочения изучаемых объектов, установления закономерных связей между ними. Классификация выявляет существенные сходства и различия между предметами и имеет большое познавательное значение. Классификация основывается на способности видеть общее в каждом конкретном единичном случае и преследует цель уточнить, обобщить знание о связях и отношениях между изучаемыми объектами.

Под классификацией будем понимать систему соподчиненных понятий (классов объектов) какой-либо области знания или деятельности человека, используемую как средство для установления связей между этими понятиями или классами объектов.

Структуру классификации, как приема умственной деятельности образуют следующие действия:

- 1) определение цели классификации объектов;
- 2) выбор основания (существенное свойство, признак) для классификации.
- 3) построение иерархической классификационной системы.

Разновидность объектов для классификации достаточно обширна даже в рамках одного учебного предмета, не говоря уже обо всей совокупности предметов, которые изучают в школе.

В учебном материале по русскому языку, математике, истории и т.д. имеют место различные классификации. Однако учащимся не разъясняется,

как производится классификация, какие общие, не зависящие от конкретного содержания правила должны при этом соблюдаться.

При проведении классификации должны выполняться следующие требования:

1) Классификация должна проводиться по одному и тому же основанию.

2) Образованные подмножества (классы) не пересекаются, т.е. никакая пара их не имеет общих элементов.

3) Классификация должна быть соразмерной, т.е. объединение всех подмножеств (классов) образует все исходное множество.

В качестве оснований для классификации выделяют свойства данных объектов. Выбор основания классификации зависит от целей классификации, от практических задач.

Толкование классификации и точная формулировка правил классификации предупреждает распространенные ошибки, а в случае, если они допущены, позволяют проанализировать их с общих позиций и предупредить в дальнейшем.

В 5 классе мы считаем возможным и целесообразным проводить целенаправленную пропедевтическую работу, готовящую к осознанному овладению общелогическим действием классификации. В результате такой работы школьники должны научиться группировать объекты по заданному признаку, выделять признак, общий для данных объектов, подбирать объекты, обладающие данным признаком, самостоятельно находить признак, по которому можно выполнить разбиение, производить группировку объектов по выбранному признаку на простых примерах из курса математики.

С учащимися 6 класса, по нашему мнению, целесообразно рассмотреть классификацию как общелогическое действие, правила классификации, классификация по двум и трем признакам.

Пропедевтическая работа, которая проводится в 5 классе, существенно облегчает формирование общих классификационных умений в 6 классе, так

как соответствующие правила классификации рассмотрены и осмыслены на конкретных примерах. При формировании данного логического умения учащиеся должны овладеть правильной классификацией и уметь ее применять на учебном материале.

3. Во всяком связном и осмысленном тексте, кроме слов, обозначающих объекты и отношения, присутствуют так называемые логические связки. На это, в частности, указывает И.Л. Никольская. К наиболее распространенным логическим связкам относятся «и», «или», «если..., то», «не», которые выделены в качестве операций формальной логики. Над смыслом этих словосочетаний обычно не задумываются в силу их привычности. Однако в тех случаях, когда важно, чтобы текст был понят однозначно, необходимо уточнять смысл логических связок, что предупреждает ошибки в рассуждениях.

В математике логические связки употребляются в строго определенном смысле, однако в школьных учебниках математики эта определенность только подразумевается. Только смысл некоторых из них (отрицание, связка «хотя бы один...») разъясняется в учебниках Г.В. Дорофеева и Л.Г. Петерсон. В результате возникает противоречие: в учебнике логическим связкам придан (неявно) точный смысл, ученик же, не подозревая об этом, понимает и употребляет эти слова в обычном, житейском, смысле, часто расходящемся с первым. Поэтому необходимо учащимся разъяснять логический смысл этих связок и учить их применять.

4. При обучении всем школьным предметам от учащихся 5-6 классов требуется проведение доказательства различного рода предложений, например: «Некоторое число является корнем уравнения».

Некоторые возможности обучения школьников элементам дедукции заложены в учебниках математики 5-6 классов; однако, они явно недостаточно реализуются в существующей практике обучения.

Как показало наше исследование и анализ работ других авторов, учащиеся часто не понимают, зачем нужно доказательство, не чувствуют в

нем потребности, логическая сущность доказательств от них ускользает. В результате многие из них оказываются неподготовленными к усвоению систематического курса алгебры и геометрии; они просто заучивают доказательство, зрительно запоминают вид чертежа, расстановку букв. Основная нагрузка при изучении теорем приходится на память ученика. Для многих математика навсегда остается трудным, непонятным предметом, где нужно так много заучивать наизусть, а основной стержень ее – дедуктивный метод – остается недоступным и непонятным.

На наш взгляд, простейшим дедуктивным умозаключением можно и нужно обучать еще до изучения систематического курса алгебры и геометрии. Рассмотрение вопросов, связанных с построением умозаключений, имеет большое общеобразовательное и воспитательное значение.

В методической литературе выделяют четыре уровня проведения доказательных рассуждений:

– простое воспроизведение (предъявленная задача распознается субъектом как ранее решенная, и рассуждение представляет воспроизведение известного);

– обобщенное воспроизведение (рассуждение проводится на основе выделения общего в условии и требовании предъявленной задачи и ранее решенной или на основе распознавания задачи как принадлежащей к типу задач с известной схемой рассуждения);

– логический поиск (решение задачи отыскивается на основе выполнения действий выведения следствий и отыскания достаточных условий);

– логико-эвристический уровень (выполнение действий выведения следствий или отыскания достаточных условий связано с применением различного рода эвристик).

В 5-6 классах для учащихся, согласно В.А. Далингеру, необходимо проводить доказательные рассуждения на первых трех уровнях. Следуя В.А. Далингеру, считаем, что обучать учащихся умением рассуждать

целесообразно в основном на числовом материале, так как он занимает в этом курсе значительный удельный вес и логически прост.

Следующие примеры заданий показывают, как может строиться работа по формированию у учащихся умения проводить доказательные рассуждения.

*Задание 1.* Число  $a$  – отрицательное. Положительным или отрицательным числом будет  $(-5+a)$ ? Ответ обосновать.

*Предполагаемый ответ учащихся:* число  $(-5+a)$  – отрицательное, так как сумма отрицательных чисел – число отрицательное.

*Задание 2.* Может ли значение выражения быть отрицательным при отрицательных значениях  $a$  и  $b$ ? Ответ обосновать.

*Предполагаемый ответ учащихся:* нет, ни при каких отрицательных  $a$  и  $b$  значение указанного выражения не может быть отрицательным, так как при любых отрицательных  $a$  и  $b$  каждое слагаемое выражения  $2ab$ ;  $-a$ ;  $-3b$  есть число положительное, а сумма положительных чисел всегда есть положительное число.

Как показал анализ школьной практики, умения проводить доказательства не приобретаются учащимися спонтанно, их необходимо целенаправленно формировать и развивать посредством специально подобранных задач. М.Е. Драбкина отмечает: «Если ограничиться только разбором образцов доказательств в классе и решением обычных (предполагаемых учебником) задач на доказательство, то только у отдельных, лучших учащихся стихийно вырабатываются соответствующие приемы мыслительной деятельности, но они не всегда осознаются ими как общие приемы. Большинство же учащихся беспомощны, когда им приходится самим решать задачи на доказательство».

При формировании общелогических умений, связанных с дедукцией, очень полезно обратить внимание учащихся на то, что в рассуждениях одни предложения выводятся из других в силу определенной связи между их структурами, независимо от конкретного содержания.

Рассуждения различного содержания, применяемые в разных областях науки и в повседневной жизни, могут иметь одну и ту же форму, например:

1. Если треугольник равнобедренный, то углы при основании равны. Треугольник ABC равнобедренный. Следовательно, в треугольнике углы при основании равны.

2. Если слово – имя собственное, то оно пишется с большой буквы. «Волга» – имя собственное. Следовательно, слово «Волга» пишется с большой буквы.

Эти рассуждения построены по одному и тому же правилу вывода, а именно:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Если } A, \text{ то } B, \\ A, \end{array}}{B}$$

Все рассуждения, построенные по этой схеме, при истинных посылках дают истинные заключения.

Наиболее часто в 5-6 классах проявляются в рассуждениях наряду с упомянутым выше, следующие правила вывода:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Если } A, \text{ то } B, \\ \text{не } B, \end{array}}{\text{не } A}$$

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Если } A, \text{ то } B, \\ \text{Если } B, \text{ то } C, \end{array}}{\text{Если } A, \text{ то } C}$$

Очень часто учащиеся проводят неправильные рассуждения, которые можно представить в виде следующих схем:



$$\frac{\begin{array}{c} \text{Если } A, \text{ то } B, \\ B, \end{array}}{A}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \text{Если } A, \text{ то } B, \\ \text{не } A, \end{array}}{\text{не } B}$$

Важно разобрать с учащимися такие схемы рассуждений и объяснить, в чем их «неправильность».

На основе проведенного исследования мы сделали вывод, что курс математики 5-6 классов дает возможность в единстве осуществить формирование потребности в логическом обосновании, умения осуществлять дедуктивные выводы и понимания того, что из одних утверждений можно выводить другие.

Таким образом, нами определено содержание логических умений, составляющих логическую грамотность. Однако, согласно положениям, сформулированным нами в первой главе, логические умения, составляющие логическую грамотность при обучении математике, мы рассматриваем в целостной системе, включающей личностные, коммуникативные, регулятивные и познавательные умения, то есть в *системе обобщенных логических умений*.

## **2. Состав системы обобщенных логических умений в курсе математики 5-6 классов**

Исходя из требований Стандарта, необходимо создать такие дидактические условия, чтобы приобретенная логическая грамотность проявлялась не только при изучении математики, но и других учебных дисциплин, в мыслительной деятельности, связанной с постижением и

преобразованием действительности. Для полноценной мыслительной деятельности недостаточно владение только указанными в предыдущем пункте логическими умениями. Нужно еще уметь применять данные умения в жизненных ситуациях, ясно и точно выражать свои мысли, самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию. Как было показано в первой главе, это способствует достижению личностных, метапредметных и предметных результатов обучения.

Логическая грамотность в интеграции с личностными универсальными учебными действиями обеспечивает действие смыслообразования, т. е. установление обучающимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом, другими словами, между результатом учения, и тем, что побуждает деятельность, ради чего она осуществляется;

Логическая грамотность в интеграции с регулятивными действиями обеспечивает организацию обучающимся своей учебной деятельности. К ним относятся

– целеполагание как постановка учебной задачи на основе соотнесения того какие логические действия известны обучающимся, и того, что еще неизвестно;

– планирование – определение последовательности промежуточных целей с учетом конечного результата; составление плана и последовательности действий;

– прогнозирование – предвосхищение результата и уровня усвоения, его временных характеристик;

– оценка – выделение и осознание обучающимся того какие логические действия уже усвоены и что еще подлежит усвоению, осознание качества и уровня усвоения.

Логическая грамотность в интеграции с коммуникативными действиями обеспечивает учет позиции других людей, партнера по общению или деятельности, умение слушать и вступать в диалог, умения грамотно выражать свои мысли, участвовать в коллективном обсуждении проблем,

интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками и взрослыми.

Исходя из сказанного и построенной нами в первой главе теоретической модели системы обобщенных логических умений, считаем целесообразным рассматривать логическую грамотность в интеграции с личностными, коммуникативными и регулятивными умениями. Это придаст личностную направленность и впишет тем самым полученные умения в личную смысловую сферу обучаемых.

В построенной нами теоретической модели обобщенной системы логических умений, опираясь на Программу развития УУД, были выделены: личностные, коммуникативные, регулятивными и познавательные умения. Познавательные умения, мы будем называть *умениями, составляющими логическую грамотность*.

Итак, выделили следующие типы логических умений:

1. *Умения, составляющие логическую грамотность:*

- анализировать структуру определения;
- классифицировать;
- проводить несложные доказательства;
- применять логические связки в предложениях сложной логической структуры.

2. *Личностные умения:*

- использовать изученные логические действия в различных учебных предметах, а также в жизненных ситуациях.

3. *Коммуникативные умения:*

- ясно и точно выражать свои мысли в устной и письменной речи, логически грамотно воспринимать устную и письменную речь.

4. *Регулятивные умения:*

- самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию, связанную с логическими действиями.

Систему обобщенных логических умений мы строим по принципу иерархической надпредметной систематики (по А.В. Хуторскому), которая интегрирует личностные, метапредметные и предметные результаты образования.

Обобщенная система логических умений представлена в таблице 1.

Таблица 1. Обобщенная система логических умений в курсе математики 5-6 классов.

Личностный результат образований	Метапредметный результат образований	Предметный результат образования в курсе математики 5–6 классов
1) Умения, составляющие логическую грамотность: а) определение понятий;	Умение проводить анализ, структурный разбор, выделять родовое понятие и видовое отличие определений понятий из различных учебных дисциплин.	– умение установить, существует ли между данными понятиями родо-видовое отношение; – умение составить пары «род-вид» и «вид-род», подбирая компоненты этих пар из заданной совокупности понятий; – умение подобрать несколько родовых (или видовых) понятий для данного; – изобразить родо-видовое отношение между понятиями с помощью круговой схемы; – умение сформулировать определение знакомого понятия и указать его компоненты.
б) классификация понятий	Умение проводить классификацию различных объектов, указать признаки классификации.	– умение разбить данные объекты на группы по указанному признаку; – умение дать название каждой группы, в которых объединены данные объекты; – умение выбрать признак, по которому можно выполнить разбиение данной совокупности объектов на группы;
в) логические операции	Понимание союзов «и», «или», «если, то», «не»).	– умение сформулировать отрицание понятия; – умение сформулировать предложение на языке «если, то»; – умение работать союзами «и», «или» в математических предложениях.
г) элементы дедукции	Умение проводить рассуждения, доказательство, опровержение различных утверждений.	– умение для данного рассуждения нарисовать соответствующую ему круговую схему; – умение проверить правильность данного рассуждения с помощью круговой схемы; – умение дополнить данное умозаключение; – умение доказать ложность данных утверждений; – умение доказать утверждения.

<p>2) Умение использовать приобретенные логические действия в различных учебных предметах, а также в жизненных ситуациях</p>	<p>Умение применять компоненты логической грамотности в учебной деятельности: проводить структурный разбор определений во всех учебных предметах, грамотно проводить рассуждения, классификацию.</p>	<p>Умение применять компоненты логической грамотности на математическом материале (проведение структурного разбора любого математического определения, проведение доказательств математических фактов и утверждений, классификация математических объектов).</p>
<p>3) Умение ясно и точно выразить свои мысли</p>	<p>Умение правильно рассуждать (в коллективе, в диалоге, в монологе). Правильное построение различных предложений.</p>	<p>Умение применять естественные и математический языки при записи математических объектов, теорем, формулировок, при проведении доказательств.</p>
<p>4) Умение самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию</p>	<p>Умение самостоятельно проводить отбор, анализ различной информации.</p>	<p>Умение проводить логический анализ математических объектов, утверждений, рассуждений. Умение искать логически обоснованное решение математических задач.</p>

Для реализации данной модели необходимо построить методическое обеспечение формирования системы обобщенных логических умений.

### **3. Методическое обеспечение формирования системы обобщенных логических умений в курсе математики 5-6 классов**

Для построения методического обеспечения формирования системы обобщенных логических умений необходимо, на наш взгляд рассмотреть такие компоненты как цели, содержание, формы, средства, принципы обучения, диагностика результатов.

Методическое обеспечение формирования логических умений представим в виде схемы 1.

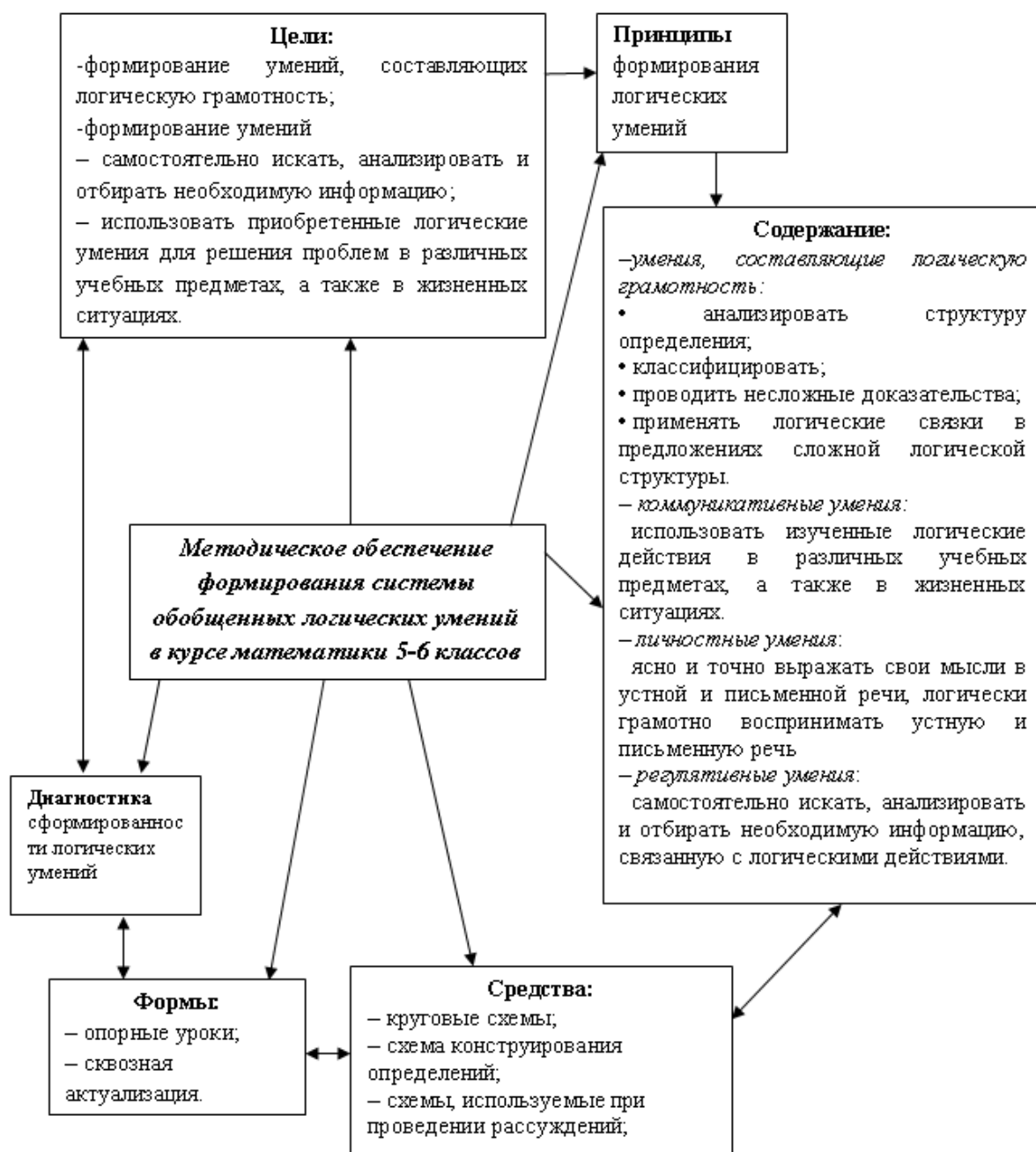


Схема 1. Методическое обеспечение формирования обобщенной системы логических умений при обучении математике в 5-6 классах.

Рассмотрим подробнее каждый блок данной системы.

### **3.1. Цели и содержание формирования обобщенных логических умений**

**Целевой блок.** Формирование логических умений у учащихся 5-6 классов в курсе математики, на наш взгляд, направлено на достижение следующих целей, охватывающих основные аспекты системно-деятельностного подхода:

- формирование умений, составляющих логическую грамотность;
- формирование умений самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию;
- формирование умений использовать изученные логические действия для решения проблем в различных учебных предметах, а также в жизненных ситуациях.

**Содержательный блок.** В данный блок методического обеспечения мы включили умения, составляющие логическую грамотность, личностные, коммуникативные и регулятивные умения. Компоненты, входящие в логическую грамотность мы рассматриваем в интеграции с личностными, коммуникативными и регулятивными умениями. Остановимся подробнее на содержании этих компонентов.

**Определения.** Наиболее распространенными в математике являются определения понятий через род и видовое отличие. С определениями именно такого вида чаще всего и встречаются учащиеся 5-6 классов. Логическая форма определений через род и видовое отличие проста, четко выражена и вполне доступна учащимся 5-6 классов, однако без специального рассмотрения этих вопросов школьники при воспроизведении определений допускают многочисленные ошибки. Например, не могут сформулировать видовое отличие или родовое понятие, поэтому происходит формулировка не точного или не полного определения. Часто заучивают определения, не понимая их смысл. Рассмотрение структуры определения через род и видовое отличие предупреждает такую распространенную ошибку, как пропуск родового понятия. Работа по выявлению понятия, родового по

отношению к определяемому, помогает избежать таких часто допускаемых ошибок, как подмена, неправильное указание родового понятия. Еще одна весьма распространенная ошибка в определении – это несоразмерность. В несоразмерном определении определяющее шире или уже определяемого, т.е. объемы их не совпадают. Поэтому целесообразно рассматривать с учащимися указанных классов комплекс вопросов, связанных с логической формой определений через род и видовое отличие.

На наш взгляд, формирование логических умений, связанных с конструированием и анализом определений, должно быть направлено на достижение следующих целей:

- формирование умений конструировать определения через род и видовое отличие;
- формирование умений использовать изученные логические действия по анализу и конструированию определений в различных учебных предметах, а также в жизненных ситуациях;
- формирование умений самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию по работе с определениями;
- формирование умений грамотно формулировать определение любого понятия;
- формирование ценностного отношения учащихся к полученным знаниям, умениям, личностным качествам.

Мы считаем, что в результате поставленных целей учащиеся:

будут иметь представление о конструировании и анализе определений, об определении новых понятий на основании уже известных, о структуре определений;

будут уметь: проводить структурный разбор определений через род и видовое отличие, логически грамотно формулировать определение любого понятия; применять полученные знания при решении творческих, логических заданий, изучении математики, других предметов и разрешении проблем и жизненных ситуаций.



Материал логического характера должен изучаться в течение всего учебного года. Поэтому умения, связанные с конструированием и анализом определений, учащиеся должны изучать там, где это требует учебный материал. Определения берутся из разных учебных областей, чтобы показать их единую структуру.

Согласно выделенным целям и содержанию логической грамотности, ученикам целесообразно давать серии упражнений на формирование умений, связанных с определениями, которые включают в себя задания следующих типов:

- установить, существует ли между данными понятиями родо-видовое отношение;
- составить пары «род-вид», подбирая компоненты этих пар из заданной совокупности понятий;
- составить пары «род-вид» и «вид-род», когда дан только один элемент пары, а другой нужно подобрать самостоятельно;
- подобрать несколько родовых (или видовых) понятий для данного понятия;
- указать в данном определении родовое понятие и видовое отличие;
- сформулировать определение знакомого понятия и указать его компоненты;
- найти ошибку в данном определении, указать ее характер;
- умение распознавания и выделения следствий из понятий.

В связи с этим, данные упражнения направлены на формирование умений:

- выделять компоненты определения понятий: определяемое понятие, видовое отличие, родовое понятие;
- формулировать определения понятия;
- применять круговые схемы при анализе определений;
- самостоятельно, анализировать определения и отбирать необходимую информацию по работе с определениями.

В результате учащиеся получают представление о том, как нужно правильно формулировать определения не только математических понятий, но и из других дисциплин, а также из жизненных ситуаций. Учащиеся ответственно и осознанно будут относиться к формулированию определений, смогут грамотно сформулировать определение любого понятия. У учащихся появится мотивация к работе с определениями понятий. Таким образом, происходит интеграция логических умений конструирования и анализа определений, с коммуникативными, личностными и регулятивными умениями.

*Классификация.* Формирование логических умений, связанных с классификацией, должно быть, по нашему мнению, направлено на достижение следующих целей:

- формирование у учащихся осознанных представлений о правилах классификации;

- формирование умений использовать классификацию в решении математических задач и задач других дисциплин, в решении проблемных ситуаций;

- формирование ценностного отношения учащихся к полученным знаниям, умениям, личностным качествам;

- формирование умений самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию при проведении классификации, для выбора основания классификации различных объектов.

Мы считаем, что в результате поставленных целей учащиеся: будут иметь представление о способах классификации; уметь проводить классификацию в соответствии с общенаучными правилами; применять полученные знания при решении творческих, логических заданий в процессе изучения математики, других дисциплин.

Как было отмечено ранее, уроки математики дают наибольшую возможность получения начальных умений классификации. В 5 классе имеются условия для проведения целенаправленной пропедевтической

работы, готовящей к осознанному овладению общелогическим действием классификации. Эти умения формируются при выполнении упражнений как специально составленных, так и имеющихся в учебниках для 5 класса.

В связи с этим, мы считаем, что ученикам целесообразно давать серии упражнений на формирование умений, связанных с классификацией, которые включают в себя задания следующих типов:

- данные объекты разбить на группы по указанному признаку;
- дать название каждой группе данных объектов, объединенных в группы;
- выбрать признак, по которому можно выполнить разбиение данной совокупности объектов на группы;
- указать признак, по которому объекты объединены в группу.

С учащимися 6 класса целесообразно рассмотреть следующие умения, связанные с классификацией: классификация как общелогическое действие, правила классификации, классификация по двум и трем признакам.

Учащиеся должны получить представление о том, что классификация в любой области знаний, независимо от конкретного объекта классификации, выполняется по одним и тем же правилам: 1) пересечение любых двух классов пусто; 2) объединение всех классов равно множеству, элементы которого классифицируются.

У учащихся необходимо сформировать умение применять полученные знания при изучении математического материала, а также переносить их на материал из другой области.

Поэтому учащимся 6-х классов необходимо на наш взгляд давать серии упражнений на формирование умений, связанных с классификацией, которые включают в себя задания следующих типов:

- разбить данную совокупность объектов на классы по указанному признаку или по признаку, подобранному самостоятельно;
- провести классификацию по нескольким признакам;
- найти ошибку в данной классификации.

Пропедевтическая работа, которая проводится в 5 классе, существенно облегчает формирование умения классифицировать в 6 классе, так как соответствующие элементарные умения уже были выработаны у учащихся, а правила классификации рассмотрены и осмыслены на конкретных примерах.

Выполняя описанную деятельность, учащиеся получают представление о том, как нужно правильно проводить классификацию любых объектов. Учащиеся смогут самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию при проведении классификации, для выбора основания классификации различных объектов. У учащихся появится мотивация проведения классификации различных объектов. Учащиеся адекватно могут использовать аргументацию проведения классификации различных объектов. Ученики способны будут устанавливать и сравнивать разные точки зрения по поводу проведения классификации объектов или выбора основания классификации, прежде чем принимать решение и делать выбор. Таким образом, логические умения классификации целесообразно рассматривать в системе с коммуникативными, личностными и регулятивными умениями.

Изучение логических связей и элементов дедукции в курсе математики 5-6 классов направлено на формирование следующих умений:

- использования логических связей «и», «или», «если, ...то», «не»;
- проведения логически правильных умозаключений, опровержения предложений;
- использовать элементы дедукции при проведении доказательств в решении математических задач и задач других дисциплин;
- самостоятельно проводить доказательства, опровержение утверждений в решении математических задач и задач других дисциплин, в решении проблемных ситуаций;
- формирование умений самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию при проведении доказательств;

– формирование ценностного отношения учащихся к полученным знаниям, умениям, личностным качествам.

Школьный математический материал дает также возможность работы учащихся с логическими связками. С учащимися можно рассмотреть такие логические операции отрицание, дизъюнкцию, конъюнкцию, импликацию. Однако вводить специально сами термины в курсе математики 5-6 классов мы считаем нецелесообразным. Учащимся легче работать с союзами естественного языка, так как они с ними уже давно знакомы.

Для того чтобы сформировать у учащихся правильные представления о связках «и», «или» «если..., то», «не (неверно, что)», «все», «некоторые», достаточно постепенно выявлять их смысл в связи с изучением подходящего программного материала.

С учащимися мы предлагаем рассмотреть следующие типы упражнений:

- сформулировать отрицание предложений;
- сформулировать предложение на языке «если..., то»
- определить истинность сложных предложений, составленных с помощью выделенных связок.

Вопросы, связанные с элементами дедукции, рационально, по нашему мнению, распределить по классам следующим образом:

*5 класс:*

1. Простейшие умозаключения.
2. Опровержение с помощью контрпримера.

*6 класс:*

1. Простейшие умозаключения (продолжение работы).
2. Доказательства в 1-3 шага.

Данное распределение обосновывается тем, что в 5 классе начинает появляться материал, связанный с решением текстовых задач, решением уравнений и неравенств, который требует проведение рассуждений. В 6 классе учебный материал от учащихся требует проведение несложных доказательств.

В учебниках математики для 5-6 классов имеется достаточно упражнений, где нужно построить умозаключение для доказательства утверждения, например доказать, что число является корнем уравнения. Эти упражнения можно использовать для выделения логической формы рассуждений и демонстрации ее единства.

Согласно выделенным целям и требованиям школьной программы по математике 5-6 классов ученикам считаем целесообразным давать упражнения следующих типов:

- дополнить данное умозаключение;
- доказать ложность данного утверждения.
- подобрать предложение, являющееся следствием данного;
- составить цепочку следований;
- доказать утверждения;
- для данного рассуждения нарисовать соответствующую ему круговую схему;
- проверить правильность данного рассуждения с помощью круговой схемы;
- составить рассуждение по заданной схеме.

Упражнения, предназначенные для формирования умений, связанных с элементами дедукции, представлены в Приложении 3.

Очень важным общелогическим умением является умение доказывать ложность каких-либо утверждений. Самый употребительный способ опровержения общего утверждения – приведение контрпримера. Представление об опровержении с помощью контрпримеров можно дать следующим образом. Учащимся предлагается установить, истинно или ложно утверждение «все натуральные числа простые». После обсуждения ответов учащихся учитель делает обобщение: «Это утверждение ложно, доказать его ложность можно примером. Например, 12 – натуральное число, но оно не является простым. Таким образом, нашли натуральное число, которое не является простым. Следовательно, не все числа простые».

Важными, на наш взгляд, являются упражнения на доказательство предложений. Упражнения такого типа приучают к полноте аргументации. Как правило, в дальнейшем при проведении сложных доказательств учащиеся будут в основном пользоваться свернутыми умозаключениями, однако, на первых порах уместно рассматривать на простых примерах доказательства в развернутом виде, с явным приведением всех аргументов. Это поможет предупредить распространенное формальное заучивание доказательств без понимания их логической сути.

С учащимися также рассматриваются упражнения, направленные на формирование логического следования. С помощью этих упражнений учащиеся учатся видеть, какое предложение следует из данного, какая взаимосвязь между предложениями.

Понятие логического следования в младших классах на четко определенном уровне не изучается. Поэтому в работе по формированию правильных представлений о логическом следовании рационально придерживаться следующей схемы: «Если всегда, когда истинно предложение А, истинно и предложение В, то говорят, что из А следует В». Это описание опирается на интуитивные, стихийно формирующиеся представления учащихся о логическом следовании. От учащихся не надо требовать заучивания и умения воспроизводить это описательное определение, достаточно, чтобы они умели им пользоваться при выполнении упражнений. Данное описание на наш взгляд нужно рассматривать на конкретных примерах.

Поэтому, исходя из содержания учебного материала и выделенным целям, учащимся необходимо, на наш взгляд, давать упражнения следующих типов:

- установить наличие или отсутствие следования между предложениями
- подобрать предложение, являющееся следствием данного;
- подобрать пары предложений, связанных отношением следования;
- подобрать несколько предложений, следующих из данного;

– составить цепочку следований.

В результате учащиеся получают представление о том, как правильно проводить несложные доказательства, использовать логические связки не только при обучении математике, но и других дисциплин. Помимо этого учащиеся научатся грамотно формулировать свои мысли, обоснованно проводить аргументацию при общении. Учащиеся смогут делать правильно выводы при работе в группе, в коллективе. Адекватно использовать речевые средства для дискуссии и аргументации своей позиции. Таким образом, логические умения по формированию логических связей и элементов дедукции необходимо рассматривать в системе с коммуникативными, личностными и регулятивными умениями.

Как было отмечено выше, познавательные умения мы рассматриваем как умения, составляющие логическую грамотность. Поэтому в таблице их содержание мы представим в виде логической грамотности.

Содержание обобщенных логических умений представлено в таблице 2.

Таблица 2. Содержание обобщенных логических умений обучения математике в 5-6 классах

Компоненты логической грамотности	Умения
<i>Определения:</i> формулирование определения через род и видовое отличие; выявление компонентов структуры определения; распознавание и выделение следствий из понятий.	<i>Личностные:</i> – использовать приобретенные умения для анализа и конструирования определений в различных учебных предметах; <i>Коммуникативные:</i> – грамотно формулировать определение любого понятия, владение определениями понятий в процессе общения; <i>Регулятивные:</i> – самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию по работе с определениями;
<i>Классификация:</i> правила классификации; указание признака, по которому можно выполнить разбиение данной совокупности объектов на	<i>Личностные:</i> – использовать классификацию в решении математических задач и задач других дисциплин, в решении проблемных ситуаций. <i>Коммуникативные:</i>



<p>группы; проведение классификации по нескольким признакам; нахождение ошибки в данной классификации.</p>	<p>–устанавливать и сравнивать разные точки зрения по поводу проведения классификации объектов или выбора основания классификации.  <i>Регулятивные:</i>  – самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию при проведении классификации, для выбора основания классификации различных объектов.</p>
<p><i>Логические операции:</i> логический смысл союзов «и», «или», «не», «если... то»; определение истинности сложных предложений, составленных с помощью выделенных связок.</p>	<p><i>Личностные:</i>  – использовать логические операции «и», «или», «если...то», «не».  <i>Коммуникативные:</i>  – грамотно формулировать математические предложения.  <i>Регулятивные:</i>  – формировать ценностное отношение к полученным умениям, и формируемые на их основе личностные качества.</p>
<p><i>Элементы дедукции:</i> правила проведения дедуктивных рассуждений; доказательство ложности данных утверждений; доказательство утверждений.</p>	<p><i>Личностные:</i>  – проводить умозаключения, опровергать предложения.  <i>Коммуникативные:</i>  – использовать элементы дедукции в решении математических задач и задач других дисциплин, при проведении доказательств.  <i>Регулятивные:</i>  – самостоятельно проводить доказательства, опровержение утверждений.</p>

### 3.2. Организационные формы, средства и диагностика формирования логических умений

**Формы обучения.** При формировании умений, связанных с определениями, классификацией, элементами дедукции, логическими операциями мы использовали **опорные уроки** как одну из форм обучения.

Опорные уроки используются для создания теоретико-ориентировочной основы выделенных логических умений. На этих уроках изучаются

- структура определения через род и видовое отличие;
- правила классификации;

- логический смысл союзов «и», «или», «не», «если... то»;
- правила проведения дедуктивных рассуждений.

В качестве примера опорного урока приведем урок в 6 классе, на котором объяснялась структура определения через род и видовое отличие.

Тема: **«Определение и его структура»**

Основные цели:

*Когнитивный аспект* – формирование умений проводить анализ и структурный разбор определений через род и видовое отличие из различных учебных предметов, а также жизненных ситуаций; проверка первоначального усвоения структурного разбора определений в самостоятельной работе с самопроверкой.

*Деятельностный аспект* – формирование положительной мотивации к учебной деятельности, направленной на поиск предположений по разрешению проблемной ситуации и открытие нового знания.

*Ценностно-личностный аспект* – формирование у учащихся способности к самооценке своей учебной деятельности и ее результатов; формирование у каждого учащегося понимание значимости полученного результата как результата собственной деятельности.

*Структура урока.*

**-проверка знаний и умений учащихся для подготовки к новой теме:**

В начале урока учащиеся рассматривают упражнения, связанные с изученной темой. При этом идет мотивация, направленная на работу с определениями.

*Раздаточный материал:*

Определение. Несократимая дробь – это дробь, у которой числитель и знаменатель – взаимно простые числа.

*Задание:* Выпишите несократимые дроби:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{8}{9}, \frac{6}{7}, \frac{8}{3}, \frac{7}{2}, \frac{20}{10}, \frac{10}{9}, \frac{15}{13}, \frac{25}{18}, \frac{12}{18}, \frac{16}{6}, \frac{3}{15}.$$

**- постановка цели урока и формулирование темы урока;**

**- ознакомление с новым материалом:**

*Цель:* с помощью приведенного упражнения выявить с учащимися два вида формулировок определений.

*Разбейте предложения на группы. Объясните способ группировки:*

1. Ромб – это четырехугольник, у которого все стороны равны.
2. Равенство называется пропорцией, если оно составлено из двух отношений.
3. Предложение, о котором можно сказать, верно, оно или нет, называется высказыванием.
4. Треугольник – это фигура, которая состоит из трех точек, не лежащих на одной прямой, и трех отрезков с концами в этих точках.
5. Уравнение — это равенство, которое содержит переменную.
6. Прямоугольник называется квадратом, если его стороны равны.
7. Четырехугольник, у которого все углы прямые, называется прямоугольником.

После этого упражнения дается схема структурного разбора определений:

определяемое понятие = родовое понятие + видовое отличие.

**- актуализация новых знаний:**

*Цель:* закрепить умения учащихся по выполнению структурного разбора определений.

*Задание:* Выполните структурный разбор определений.

Несократимая дробь – это дробь, у которой числитель и знаменатель – взаимно простые числа.

*Раздаточный материал:*

Пример: биссектриса угла – это луч, который исходит из вершины угла, проходит между его сторонами и делит угол пополам.

Первое понятие – «биссектриса угла». Второе понятие – «луч, который исходит из вершины угла, проходит между его сторонами и делит угол пополам». Второе понятие указывает:

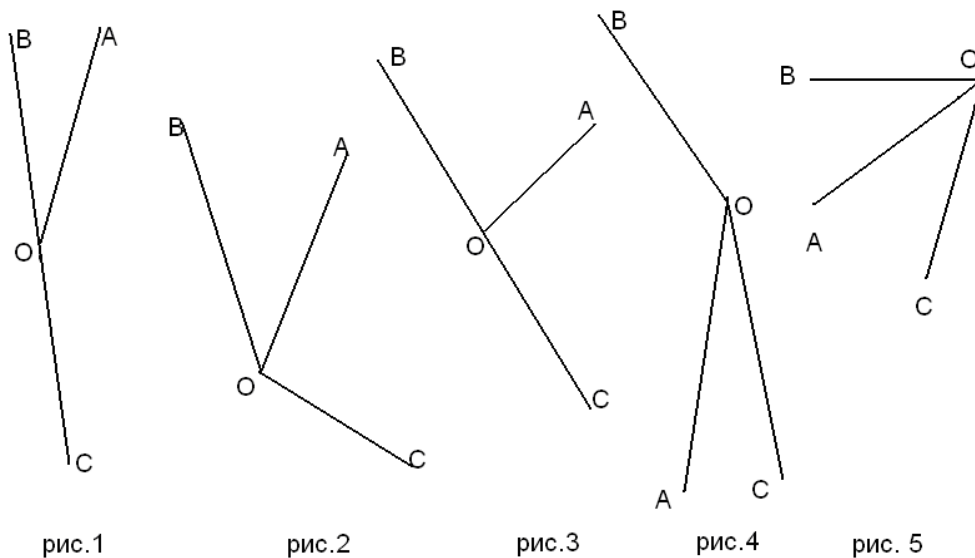
- множество предметов, среди которых надо выделить интересующие нас предметы. Оно называется родом;
- систему признаков, с помощью которых выделяются интересующие нас предметы среди других предметов рода. Она называется видовым отличием.

После того, как учащиеся разобрались с определением биссектрисы угла, им было предложено назвать родовое понятие и видовое отличие понятия «биссектриса угла» и ответить на вопрос: сколько признаков имеет видовое отличие понятия «биссектриса угла».

Понимание родового понятия и видового отличия позволяет учащимся более эффективно применять определения для распознавания объектов на предмет принадлежности к классу введенного понятия.

*Задание для самостоятельного решения.*

*Задание.* Найдите рисунки, для которых будет истинным высказывание «Луч  $OA$  является биссектрисой угла  $BOA$ ». Сформулируйте способ, которым вы при этом пользовались.



Ученики, используя определение биссектрисы угла, находят рисунки, для которых истинно вышеприведенное высказывание.

В конце урока, в качестве итога, учащимся было предложено письменно выполнить структурный разбор определения следующих понятий:

Отрицательные числа – это числа, которые расположены на числовой прямой левее нуля.

Модуль числа  $n$  – это расстояние от начала отсчета до точки, которая изображает число  $n$  на числовой прямой.

**- подведение итогов урока:**

В результате у учащихся появилось представление о том, как проводить анализ и структурный разбор определений из различных учебных предметов, а также жизненных ситуаций.

**- постановка домашнего задания.**

Таким образом, данный урок направлен на формирование учебных действий по конструированию и анализу определений через род и видовое отличие. Основываясь на полученные умения на данном уроке, учащиеся в дальнейшем могут применять действия по конструированию и анализу определений при последующем изучении математического материала, а также при изучении других учебных предметов и в жизненных ситуациях.

При проведении в 5 классе опорного урока по *формированию правил проведения умозаключений* мы использовали следующую структуру урока:

– актуализация знаний и постановка проблемы (в ходе которой пришли к выводу, что ученики часто используют неправильные рассуждения при проведении доказательств);

– поиск решения проблемы или открытие нового знания (в процессе данной работы вместе с учениками учитель приходит к схемам правильных рассуждений);

– закрепление изученного материала (рассматривались различные рассуждения и правила их вывода);

– самостоятельная работа с самопроверкой в классе;

– рефлексия деятельности (в процессе данного этапа урока каждый ученик должен ответить для себя лично «Каким правилам вывода научился на уроке, над чем еще нужно поработать?»);

Приведем пример фрагмента урока. В результате данного урока учащиеся приобретают умения правильно проводить рассуждения, доказательства.

Учитель предлагает рассмотреть несколько рассуждений и ответить на вопрос, какие из них являются верными.

1. Все ученики 5а класса – спортсмены. Коля – ученик 5а класса. Следовательно, Коля – спортсмен.

2. Все ученики 5а класса – спортсмены. Юра – спортсмен. Следовательно, Юра – ученик 5а класса.

3. Все ученики 5а класса – спортсмены. Петя – не спортсмен. Следовательно, Петя не ученик 5а класса.

4. Все ученики 5а класса – спортсмены. Вова не ученик 5а класса. Следовательно, Вова не спортсмен.

Учащимся нужно определить правильные рассуждения, и объяснить, почему они таковыми являются. Неправильные рассуждения тоже проанализировать и прийти к мнению об их неправильности. Например, неправильность объяснить приведением контрпримеров.

Необходимо обратить внимание учащихся на то, что в рассуждениях одни предложения выводятся из других в силу определенной связи между их структурами, независимо от содержания данных примеров.

Если учащиеся не придут к какой-то идее, то учитель предлагает им обозначить буквами  $A$  – 5а класс,  $B$  – спортсмены,  $x$  – ученика. Затем записать предложенные ранее рассуждения, используя введенные обозначения. В результате совместной работы, класс составляет схемы рассуждений:

1. Все  $A$  – это  $B$ ;

$x$  – это  $A$ .

---

Следовательно,  $x$  – это  $B$ .

2. Все  $A$  – это  $B$ ;

$x$  – это  $A$ .

---

Следовательно,  $x$  – это  $B$ .

3. Все  $A$  – это  $B$ ;

$x$  – это не  $B$ .

---

Следовательно,  $x$  – это не  $A$ .

4. Все  $A$  – это  $B$ ;

$x$  – это не  $A$ .

---

Следовательно,  $x$  – это не  $B$ .

В результате работы учащиеся определяют, что первое и третье рассуждения правильные. Учитель заостряет внимание на схемах рассуждений и объясняет, что очень часто в рассуждениях используются данные схемы (первая и третья схема), а также рассматривает вместе с учащимися, какие еще бывают схемы. В результате данной работы учащиеся уясняют, что для установления правильности рассуждений используются обобщенные схемы рассуждений. На данном уроке учащиеся усваивают правила вывода различных утверждений, причем не только математических, но и из других дисциплин, а также из жизненных ситуаций. В дальнейшем учащиеся опираются на приобретенные умения связанные с правилами вывода рассуждений и используют при проведении доказательств утверждений.

После проведения рассмотренных опорных уроков данные темы не будут заканчиваться и прерываться. Опираясь на результаты проведенных опорных уроков, в дальнейшем предполагается систематически к ним возвращаться в процессе обучения других тем на уроках математики. Поэтому в качестве другой формы обучения мы рассматриваем сквозную актуализацию.

Приобретенные логические умения постоянно применяются и совершенствуются на уроках математики, там, где это обусловлено предметным содержанием. Такая форма обучения проходит сквозной линией через весь процесс обучения математике в 5-6 классах. Учащиеся, опираясь на изученные логические умения, применяют их на математическом материале, а также на материале из других дисциплин и жизненных ситуаций. Это обусловлено тем, что учебный курс математики, а также других дисциплин, содержит материал, который требует осознанного выполнения логических действий (грамотно формулировать определения, проводить классификацию объектов, проводить рассуждения).

Для реализации описанной сквозной линии мы разработали серии упражнений, в которых актуализируются все выделенные выше логические умения (упражнения представлены в приложениях).

Таким образом, в качестве основных форм мы выделили опорные уроки и сквозную актуализацию.

На опорных уроках происходит начальное формирование преимущественно логических умений, связанных с определениями, классификацией, элементами дедукции. Сквозная актуализация применяется для того, чтобы приобретенные логические умения постоянно и систематически актуализировать там, где это обусловлено предметным содержанием.

**Средства обучения.** Учитывая особенности восприятия учебного материала учащимися 11-12 лет, лучше всего «материализовать» для них абстрактные логические понятия, представить возможности выполнять логические действия на наглядном и «ощутимом» материале. В качестве такого материала можно использовать, в частности, **круговые схемы** (диаграммы Эйлера-Венна). О таких схемах сам Эйлер писал, что они очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления, В.И. Тростников, утверждает, что «диаграммы Эйлера-Венна ... являются самыми апробированными и эффективными методическими приемами..., лучше



всего помогают в доказательстве теорем и постановке проблем». Кругами изображаются множества объектов, соответствующие данным понятиям. Круговые схемы можно применять для изображения родо-видовых отношений между понятиями и отношений, не являющихся родо-видовыми. Применение круговых схем дает возможность раскрыть сущность классификации. Круговые схемы удобно использовать и для интерпретации логического следования, для обоснования правильности различных видов умозаключений, для демонстрации ошибочности распространенных неправильных умозаключений.

Приведем фрагмент урока в 5 классе по объяснению использования круговых схем.

Учитель дает учащимся рассуждение: Все числа, кратные 8, делятся на 4, а все числа, кратные 4, делятся на 2. Следовательно, все числа, кратные 8 делятся на 2. Проверьте правильность рассуждения.

Учитель задает вопрос: «Ребята, скажите, по какому признаку здесь разделяются числа?»

Учащиеся отвечают, что числа, кратные 8; числа, кратные 4; числа, кратные 2.

Учитель предлагает изобразить одним кругом все числа, кратные 8, и т.д. по заданию.

Учащиеся изображают выбранный ими круг, например числа, кратные 8, затем круг с числами, кратными 4.

Учащиеся пытаются выполнить задание, и в ходе общей беседы выясняется, что круг с числами, кратными 8 находится внутри круга с числами, кратными 4.



Рис. 1.

Учитель просит изобразить круг с числами, кратными 2. А затем спрашивает, как он будет расположен по отношению к этим кругам.

Учащиеся выясняют, что круг должен быть расположен следующим образом

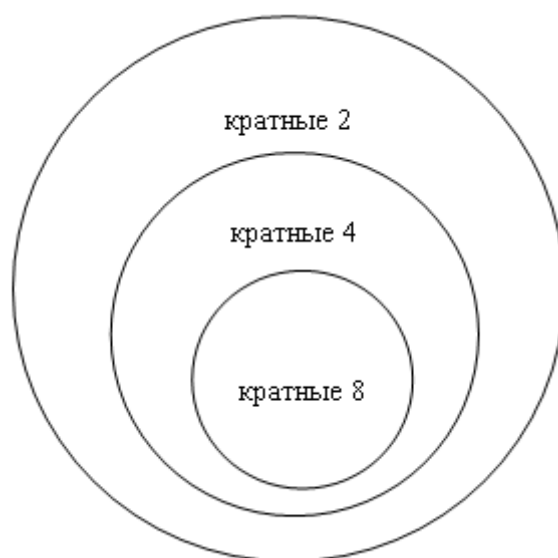


Рис. 2.

Учитель обращает внимание на круги и просит ответить, верно ли, что все числа, кратные 8, делятся на 2.

Учащиеся видят с помощью кругов, что данное рассуждение верно.

Таким образом, учитель обращает внимание, что при помощи нарисованных кругов все вместе определили верность рассуждения.

Учитель объясняет, что данные круги называют еще круговыми схемами.

Учитель предлагает рассмотреть еще одно рассуждение. Некоторые

числа делятся на 3, некоторые из них – делятся на 4. Следовательно, некоторые числа делятся на 12. Проверить истинность рассуждения.

Учитель просит учащихся изобразить при помощи кругов числа, делящиеся на 3, делящиеся на 4.

В результате у учащихся предположительно образуется несколько вариантов, например:

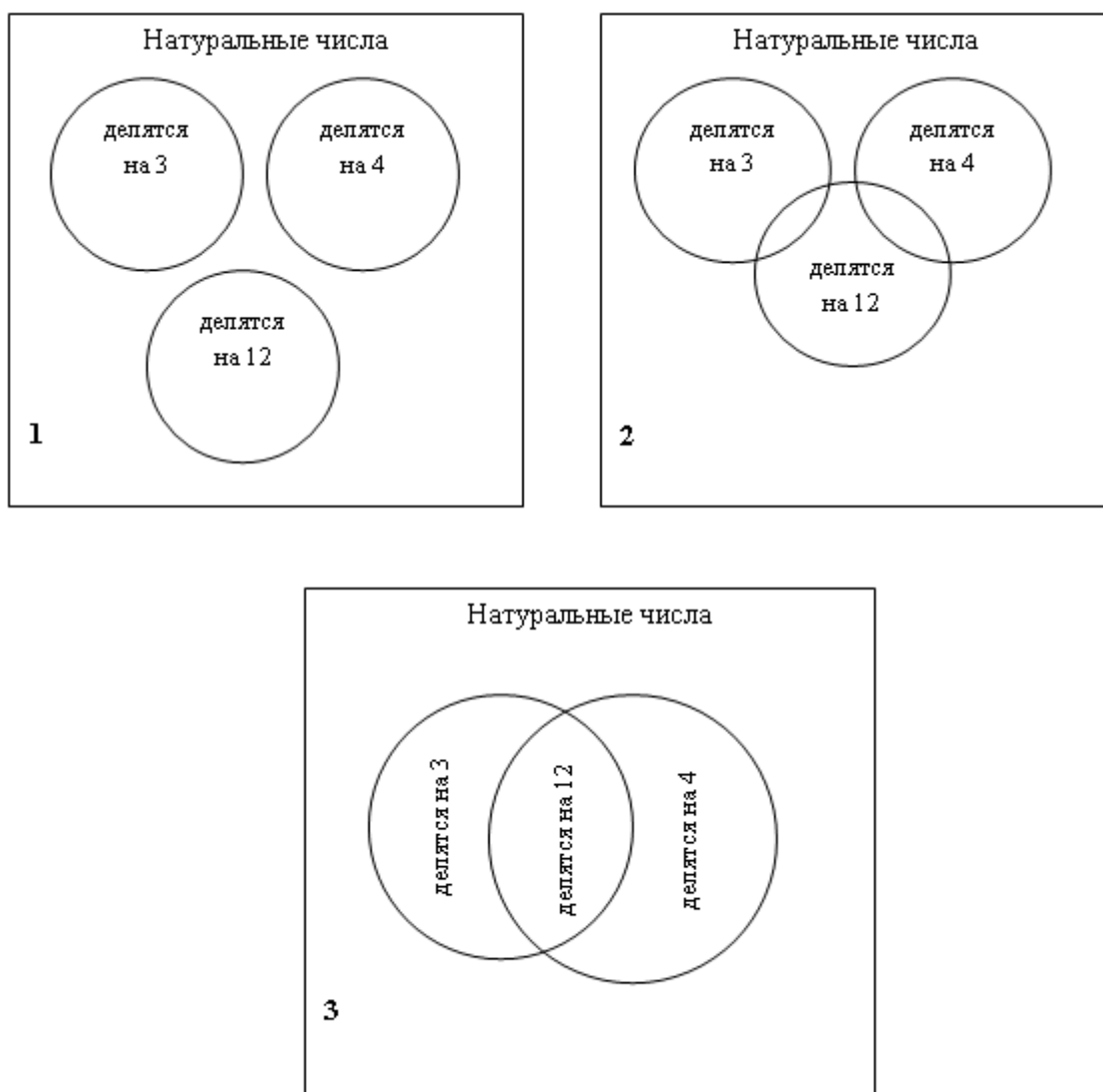


Рис. 3.

Рассматривая различные варианты, в ходе обсуждения учащиеся приходят к верной круговой схеме под номером 3.

После этого учитель предлагает учащимся проверить истинность нескольких различных рассуждений с помощью круговых схем.

В результате такой работы учащиеся вырабатывают умения

устанавливать правильность рассуждений с помощью круговых схем.

Применение графических иллюстраций делает материал доступнее, ярче и проще для восприятия, с их помощью логические умения формируются легче и быстрее.

Другим средством обучения мы считаем **схему конструирования определений**. Для конструирования и анализа определений мы опираемся на следующую схему:

<u>определяемое понятие</u> = <u>родовое понятие</u> + <u>видовое отличие</u> .
---

Воспроизведение определений существенно облегчится, если опираться на эту структуру. При работе с определением, при его конструировании учащийся может опираться на следующие ориентиры: указать для определяемого понятия его родовое понятие, указать свойство родового понятия (видовое отличие).

Наиболее часто в 5-6 классах используются в рассуждениях и доказательствах **правила вывода**, которые также могут рассматриваться как средства обучения.

Поэтому в качестве основных средств формирования обобщенных логических умений выбраны круговые схемы, позволяющие изображать родо-видовые отношения между понятиями, раскрыть сущность классификации, интерпретировать логические следования, устанавливать правильность различных видов умозаключений; схема конструирования определений, позволяющая проводить структурный разбор определений через род и видовое отличие; схемы, используемые при проведении рассуждений, позволяющие правильно проводить рассуждение, доказательство.

#### **4. Серия упражнений, направленных на формирование умений связанных с определениями**

*Задания на формирование умений по анализу и конструированию определений*

*1. Установите, какое из двух понятий является родовым по отношению к другому: 1) равенство, уравнение; 2) выражение, буквенное выражение; 3) квадрат, четырехугольник; 4) число, отрицательное число; 5) простое число, натуральное число; 6) пирамида, геометрическая фигура; 7) четное число, натуральное число; 8) треугольник, многоугольник; 9) Буратино, сказочный герой; 10) морковь, овощ; 11) подлежащее, член предложения; 12) отрезок, часть прямой.*

*2. Для каждого из данных понятий подберите родовое понятие: прямоугольник, дробь, луч, координата, уравнение, сфера, кошка, золото, дождь, Колобок, стол, глагол, тюльпан, яблоко, имя существительное, карандаш, чашка, канарейка, равнобедренный треугольник, призма, простое число, десятичная дробь.*

*3. Дано родовое понятие. Назовите несколько видовых понятий для данного: число, выражение, многоугольник, геометрическая фигура, четырехугольник, птица, животное, натуральное число, время года, планета, дробь, член предложения.*

*4. Подберите родовое понятие в данных определениях.*

- 1. Корень уравнения – ..., при котором из данного уравнения получается верное равенство.*
- 2. Африка – ..., где происходит действие сказки «Бармалей».*
- 3. Четное число – ..., оканчивающееся четной цифрой.*
- 4. Составное число – ..., имеющее более двух делителей.*
- 5. Стул – ..., на котором сидят*
- 6. Уравнение – ..., содержащее букву, значение которой надо найти.*
- 7. Радиус шара – ..., соединяющий точку поверхности шара с центром.*

8. Незнайка – ..., носящий шляпу и летавший на Луну.
9. Угол – ..., образованная двумя лучами, выходящими из одной точки.
10. Правильная дробь – ..., в которой числитель меньше знаменателя.
11. Буквенное выражение – ..., содержащее буквы.

5. Составьте пары «род-вид», подбирая для каждого понятия из правого столбца родовое понятие из левого столбца.

выражение	собака
число	медь
геометрическая фигура	рысь
отрезок	земля
четырёхугольник	олово
равенство	радиус шара
дерево	волк
предмет мебели	марс
член предложения	квадрат
птица	юпитер
дробь	уравнение
животное	подлежащее
металл	правильная дробь
планета	буквенное выражение
	простое число
	воробей
	призма
	составное число
	пирамида

*6. Укажите в данном определении родовое понятие и видовое отличие.*

1. Лук – овощ, от которого бегут слезы.
2. Составным числом называется натуральное число, имеющее более двух делителей.
3. Запах – это приятный аромат, доносящийся с кухни.
4. Натуральное число называется простым, если оно имеет только два различных делителя: единицу и само это число.
5. Остров – небольшая часть суши, окруженная водой со всех сторон.
6. Правильная дробь – это дробь, в которой числитель меньше знаменателя.
7. Несократимая дробь – это дробь, у которой числитель и знаменатель, взаимно простые числа.
8. Отрезок, соединяющий точку поверхности шара с центром, называют радиусом шара.
9. Круг – часть плоскости, который лежит внутри окружности, вместе с самой окружностью.
10. Число, показывающее положение точки на прямой, называют координатой этой точки.
11. Отрезок – часть прямой, соединяющий две точки.

*7. Для данного определения подберите отсутствующее видовое отличие.*

1. Рациональное число – это число, ... .
2. Треугольник – это многоугольник, ... .
3. Тупой угол – угол, ... .
4. Радиус окружности – это отрезок, ... .
5. Острый угол – угол, ... .
6. Куб – это прямоугольный параллелепипед, ... .
7. Неправильная дробь – дробь, ... .
8. Стороны угла – лучи, ... .
9. Прямой угол – угол, ... .

10.Имя существительное – часть речи, ... .

11.Собака – домашнее животное, ... .

1. Положительное число, отрицательное число, целое число.

*Задания на формирование умений самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию по работе с определениями*

*1. Изобразите с помощью круговых схем отношения между следующими понятиями:*

1. Многоугольник, четырехугольник, прямоугольник, квадрат.
2. Растение, цветок, многолетний цветок, тюльпан, георгин.
3. Число, рациональное число, дробь, десятичная дробь.
4. Число, дробь, неправильная дробь, правильная дробь.
5. Выражение, буквенное выражение, числовое выражение.
6. Натуральное число, четное число, нечетное число.
7. Треугольник, равносторонний треугольник, равнобедренный треугольник, квадрат.

*2. Дайте определение следующим понятиям и укажите его компоненты:*

Прямоугольник, дробь, уравнения, рациональное число, пирамида, уравнение, береза, корова, буквенное выражение, четное число, простое число, подлежащее, имя прилагательное, диван.

*3. Разгадайте кроссворд:*



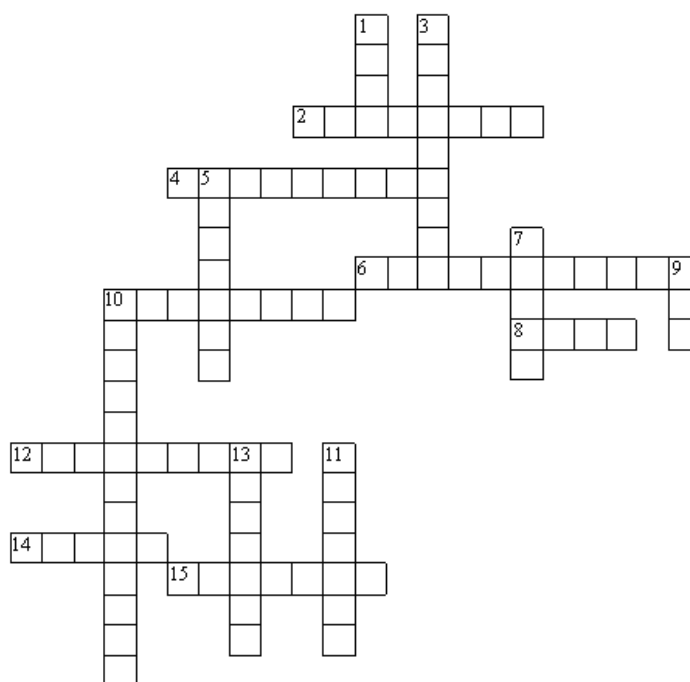


Рис. 4.

**По горизонтали:** 2.Сказочная героиня с голубыми волосами. 4.Главный член предложения, который связан с подлежащим и отвечает на вопрос что делает предмет? 6.Многоугольник с наименьшим числом сторон. 8.Часть плоскости, которая лежит внутри окружности, вместе с самой окружностью. 10.Геометрическая фигура, у которой боковые грани – треугольники, а основание – многоугольники. 12.Сказочный герой с большими ушами. 14.Планета на которой живут люди. 15.Птица, не летающая в теплые края.

**По вертикали:** 1.Геометрическая фигура, образованная двумя лучами, выходящими из одной точки. 3.Равенство, содержащее букву, значение которой надо найти. 5.Предмет мебели, на котором спят. 7.Домашнее животное, которое мурлычет. 9.Прямоугольный параллелепипед, у которого все измерения одинаковы. 10.Четырехугольник, у которого противоположные углы прямые. 11.Животное, которое зимой впадает в спячку. 13.Прямоугольник, у которого все стороны равны.

4. Дополните определения и выполните структурный разбор:

1. Портной – это ..., который шьет одежду.
2. Сапожник – это человек, который ... .
3. ... – это человек, который рисует картины.
4. ... – это десятичная запись числа, в которой есть разряд единиц и разряды правее единиц.
5. Учитель – это ..., который ... .
6. Врач – это ... .
7. Сахарница – это посуда для ... .
8. Берлога – это жилище для ... .
9. Улей – это ... .
10. Конура – это ... .
11. Правильная дробь – это ...

5. Определите, какие определения неправильные. Объясните свой ответ:

1. Щенок – это маленькая собака.
2. Щенок – это детеныш собаки.
3. Млекопитающее – это животное, которое кормит детей молоком.
4. Рыба – это животное, живущее в воде.
5. Термометр – это прибор для измерения температуры в воде.
6. Термометр – это прибор для измерения температуры.
7. Чашка – это посуда из которой пьют чай.
8. Подлежащее – это главный член предложения.
9. Простое число – это натуральное число, не равное единице, которое делится на 1 и само себя.

Определите, какие из определений слишком широкие, а какие слишком узкие.

6. Исправьте определения:

1. Квадрат – это когда все стороны равны.
2. Квадрат – это четырехугольник, у которого все стороны равны.
3. Квадрат – это четырехугольник, у которого все углы прямые.
4. Остров – это часть суши, которая омывается водой.
5. Учебник – это книга, по которой учатся дети.

7. Определите недостатки в следующих определениях:

1. Логика – это наука о логическом мышлении.
2. Летчик – это пилот авиалайнера.
3. Бортпроводница – это стюардесса на самолете.
4. Геометрия – это наука, которая изучает свойства геометрических фигур.

*Задания на формирование умений использовать приобретенные умения по анализу и конструированию определений для решения проблем в различных учебных предметах*

1. Заполните пропуски.

Род	Виды
Многоугольник	1) треугольник; 2) ...; 3) ...
Существительное	1) стул; 2) квадрат 3) ...; 4) ...
...	1) треугольный; 2) правильный; 3)
Нечетное число	красный
...	1) ...; 2) ...; 3) ...; 4) ...
Профессия	1) соловей; 2) воробей; 3) голубь
Искусство	1) ...; 2) ...; 3) ...
	1) театр; 2) живопись; 3) ...; 4) ...

2. Дайте определение квадрата как

1. вида прямоугольника: квадрат – это прямоугольник, у которого ... .

2. вида четырехугольника: квадрат – это четырехугольник, у которого ...

3. Заполните пропуски. По каждой строке составьте определение.

Определяемый предмет	Род	Видовое отличие	Примеры
...	Натуральное число	Делится на 2	6
Нечетное число	...	...	...
Простое число	Натуральное число, не равное единице	...	7
...	Многоугольник	Имеет три стороны	...
Четырехугольник	...	...	...
Прилагательное	Часть речи	...	...
Сказуемое	Член предложения	...	бежать

## 5. Серия упражнений, связанных с классификацией

*Упражнения, рассматриваемые в 5 классе:*

1. Даны числа 10, 12, 17, 15, 26, 25, 28, 36, 38. Разбейте данную совокупность чисел на группы: 1) числа, кратные 4; 2) числа, дающие при делении на 3 остаток 2; 3) числа, кратные 5.

2. Разбейте данные буквы на три группы: гласные, звонкие согласные, глухие согласные. а, в, и, д, е, ж, з, к, л, м, н, о, п, ю, ф, р, г, х, я.

3. Разбейте данную совокупность животных на две группы: дикие, домашние животные: собака, кошка, медведь, заяц, лиса, корова, лев, тигр, рысь.

4. Разбейте числа по какому-нибудь признаку: 18, 19, 23, 20, 43, 65, 17, 27, 31.

**5.** Дайте название каждой группе:

1. Роза, тюльпан, одуванчик, георгин.
2.  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{9}{20}$ ,  $\frac{25}{81}$ .
3. Ястреб, сокол, воробей, ворона.
4. Алюминий, платина, медь, железо.
5. Чебурашка, крокодил Гена, Шапокляк.
6.  $3x+5=0$ ,  $2a+6=5$ ,  $7b+8=3$ .
7. Пирамида, квадрат, треугольник, шестиугольник.

*Упражнения, рассматриваемые в 6 классе:*

**1.** Множество натуральных чисел, расположенных между числами 15 и 32 разбейте по какому-нибудь признаку.

**2.** Разбейте совокупность месяцев на классы по какому-нибудь признаку: март, январь, июль, май, февраль, октябрь, август, декабрь, апрель, июнь, ноябрь, сентябрь.

**3.** Дайте название каждой группе.

1)  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{6}{7}$ ; 2)  $\frac{8}{3}$ ,  $\frac{7}{2}$ ,  $\frac{10}{9}$ ,  $\frac{15}{13}$ ,  $\frac{25}{18}$ ; 3)  $\frac{12}{18}$ ,  $\frac{20}{10}$ ,  $\frac{16}{6}$ ,  $\frac{3}{15}$ .

**4.** Даны углы. Разбейте их на группы и укажите название каждой группе.  $98^\circ$ ,  $16^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $83^\circ$ ,  $149^\circ$ ,  $170^\circ$ ,  $167^\circ$ . Какие еще бывают углы?

**5.** Распределите натуральные числа 2, 5, 7, 11, 19, 23, 27, 30, 31, 81, 43, 59 на классы по двум признакам: нечетное число, простое число. Изобразите с помощью круговых схем и назовите каждый из получившихся классов.

**6.** Расклассифицируйте треугольники, принимая во внимание одновременно два признака: виды углов и равенство сторон.

## 6. Серия упражнений, связанных с элементами дедукции

*Упражнения, рассматриваемые в 5 классе:*

1. Установите, какие из рассуждений являются верными.

1. Сегодня 15 число месяца, значит, завтра будет 16 число этого месяца.
2. Сегодня понедельник, следовательно, вчера было воскресенье.
3. Число делится на 10, следовательно, оно делится на 100.
4. Сумма цифр числа делится на 3, следовательно, число делится на 9.

2. Все верные рассуждения из задания 1 разделите на два предложения и впишите их в таблицу.

Из предложения	следует предложение
1. Сегодня 15 число месяца	завтра будет 16 число месяца
2.	
3.	
4.	

3. Дополните предложения, чтобы получились истинные высказывания:

1. Если завтра будет среда, то послезавтра будет ...
2. Если число делится на 9, то сумма его цифр ...
3. Если угол меньше  $90^\circ$ , то он ...
4. Если дробь правильная, то ...
5. Если слово – существительное в дательном падеже, то оно отвечает на вопросы ...

*Упражнения, направленные на формирование умений рассуждать и проверять правильность рассуждений с помощью круговых схем.*

5. Даны рассуждения

1. Все Петины одноклассники занимаются спортом. Значит, все спортсмены учатся в Петинском классе.

2. Некоторые ученики Петиного класса – футболисты. Следовательно, некоторые футболисты учатся в Петином классе.
3. Никто из Петиного класса не занимается плаванием. Значит, никто из пловцов не учится в Петином классе.
4. Все Петины одноклассники занимаются спортом. Значит, некоторые спортсмены учатся в Петином классе.
5. Ира учится в одном классе с Петей, а Лена – в другом. Следовательно, Ира и Лена учатся в разных классах.

и следующие круговые схемы:

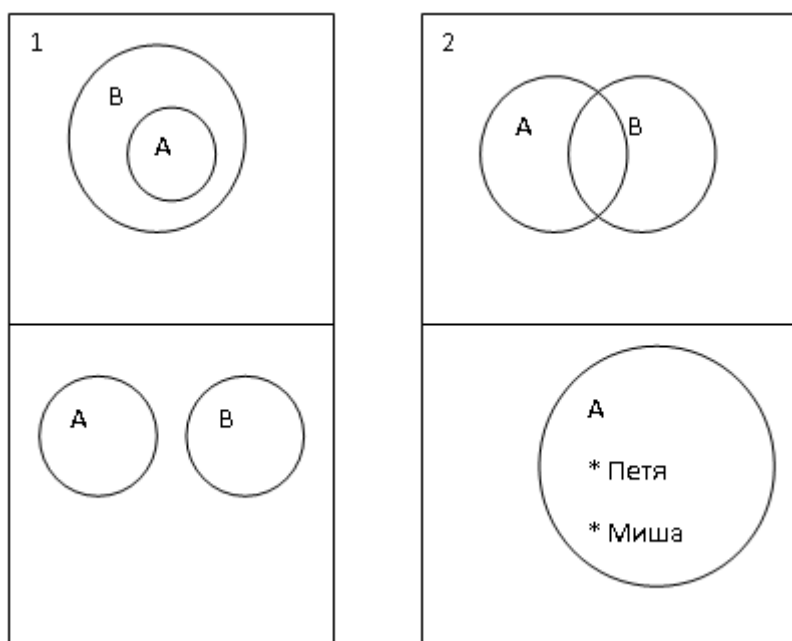


Рис. 5.

*Замечание к рисунку:* В первой схеме круг А – это Петин класс, а круг В – множество спортсменов. Во второй схеме А – Петин класс, В – множество футболистов. В третьей схеме А – Петин класс, В – множество пловцов. В четвертой схеме А – Петин класс, точки ученики.

Подберите схему под каждое условие, а потом – по этой же схеме проверьте истинность заключения.

**6.** Для каждого из следующих рассуждений нарисуйте круговую схему и определите правильность рассуждения.

1. Все глаголы отвечают на вопрос *что делать?* или *что сделать?*, а слово *ходьба* не отвечает на эти вопросы. Следовательно, слово *ходьба* – не глагол.
2. Все числа, кратные 8, делятся на 4, а все числа, кратные 4, делятся на 2. Следовательно, все числа, кратные 8 делятся на 2.
3. Некоторые числа делятся на 3, некоторые из них – делятся на 4. Следовательно, некоторые числа делятся на 12.

Опровергните следующие утверждения.

1. Все птицы летают.
2. Все составные числа – четные.
3. Все параллелограммы – ромбы.
4. Все реки впадают в моря.

*Упражнения, рассматриваемые в 6 классе.*

**1.** Определите, какие из следующих рассуждений являются правильными.

1. Все зеленые растения поглощают углекислый газ. Береза – это зеленое растение. Значит, береза поглощает углекислый газ.
2. Все яблони цветут. Шиповник не яблоня. Следовательно, шиповник не цветет.
3. Все квадраты – прямоугольники. Все прямоугольники – четырехугольники. Следовательно, все квадраты – четырехугольники.
4. Все рыбы дышат жабрами. Кит дышит легкими. Значит, кит – не рыба.

**2.** Для данного рассуждения нарисуйте круговую схему: «Все элементы множества  $A$  – двузначные числа; 27 принадлежит  $A$ ; следовательно, 27 двузначное число».

**3.** Проверьте правильность данного рассуждения с помощью круговой схемы:

1. Все элементы множества  $A$  – четные числа. 40 не принадлежит  $A$ ; следовательно, 40 – нечетное число.



2. Если сумма цифр числа делится на три, то число кратно трем. Сумма цифр числа 126 делится на 3; следовательно, число 126 делится на 3.
3. Если четырехугольник – квадрат, то он имеет прямой угол. Четырехугольник – квадрат; следовательно, он имеет прямой угол.
4. Дополните данное умозаключение.
  1. Все острые углы имеют градусную меру от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ . Угол  $ABC$  – острый угол; следовательно, ...
  2. Если четырехугольник – прямоугольник, то все углы прямые.  $ABCD$  – прямоугольник; следовательно, ...
  3. Если число оканчивается нулем, то оно кратно 5. Число 30 оканчивается нулем; следовательно, ...
  4. Все буквенные выражения содержат буквы. Выражение  $3 \cdot 5 + 16$  не содержит буквы; следовательно, ...
  5. Простые числа делятся только на 1 и на само себя. 13 – простое число; следовательно, ...
5. По заданной схеме составьте рассуждение.

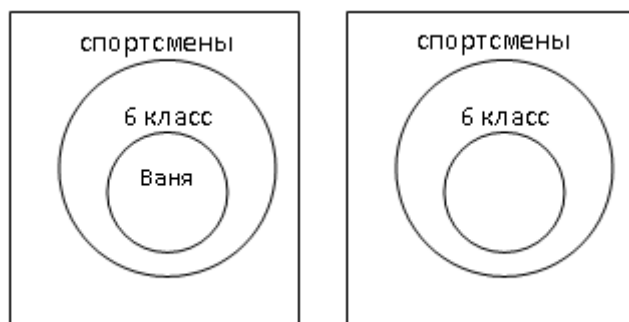


Рис. 6.

**6. Докажите ложность данных утверждений**

1. Если сумма цифр делится на 4, то и число делится на 4.
2. Все деревья являются лиственными.
3. Все двузначные числа составные.

*Упражнения, направленные на проведение доказательств*

Докажите, что:

1.  $\frac{9}{10}$  – правильная дробь.
2. Число 2 является корнем уравнения  $3x - 6 = 0$ .
3. Число 519 делится на 3.
4. 29 – простое число.
5. Названия улиц пишутся с заглавной буквы.

8. Докажите с помощью примеров следующие утверждения.

1. Некоторые существительные не изменяются по падежам.
2. Существуют слова, в которых после *ш* пишется буква *ю*.
3. Существуют четырехугольники, у которых все стороны равны.
4. Существуют натуральные числа, являющиеся составными.

*Упражнения, направленные на формирование логического следования:*

9. Даны два предложения: а) Число  $a$  кратно 4; б) сумма цифр числа  $a$  кратна 4, где  $a$  – любое из чисел 31, 48, 120, 134, 60, 84.

1. Выпишите те числа, для которых истинно первое предложение.
2. Выпишите те числа, для которых истинно второе предложение.
3. Выпишите все числа, для которых истинно первое предложение.

Для всех ли из них истинно второе?

4. Выпишите все числа, для которых истинно второе предложение.

Для всех ли из них истинно первое?

10. Придумайте такие три предложения, чтобы из первого следовало второе, из второго третье.

### **7. Серия упражнений на формирование умений, связанных с логическими операциями**

При выяснении смысла слова «или» можно увидеть, что оно имеет два – разделительный и неразделительный.

1. Установите, какой смысл – разделительный или неразделительный имеет слово или в следующих предложениях.

1. В школу можно доехать на автобусе номер 3 или номер 7.

2. На почте можно подписаться на газету или журнал.
2. На рисунке звездочками изображены ученики 5а класса.

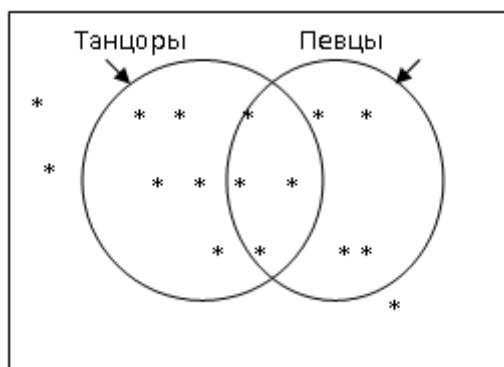


Рис. 7.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Сколько учеников в классе?
  2. Сколько человек танцуют и поют?
  3. Сколько человек танцуют или поют?
  4. Сколько человек только поют?
  5. Сколько человек только танцуют?
  6. Сколько человек не танцуют?
  7. Сколько человек не поют?
  8. Сколько человек не танцуют и не поют?
3. Даны два множества чисел: 1, 2, 3, 5, 10; 2, 4, 8, 9, 5.
1. Запишите множество чисел, которые принадлежат первому и второму множеству;
  2. Множество чисел, которые принадлежат первому или второму множеству.
4. Сформулируйте отрицания следующих предложений.
1. Число 25 делится на 5.
  2. Число 23 – простое.
  3. Все простые числа нечетны.
5. Определите, какие из предложений являются верными.

1. Все птицы осенью улетают на юг.
2. Некоторые натуральные числа – нечетные.
3. Не все птицы осенью улетают на юг.
4. Некоторые птицы улетают на юг.
5. Все дроби правильные.

*Упражнение, являющееся пропедевтической работой перед изучением систематического курса геометрии.*

- 6.** Сформулируйте предложение на языке «Если..., то».
1. В прямоугольнике все углы прямые.
2. Число 12, кратное 6, кратно и 3.
3. Любое число из множества  $A$  принадлежит множеству  $B$ .

## **Заключение**

Логические умения, формируемые при обучении математике мы рассматриваем как целостную систему, интегрирующую личностные, метапредметные и предметные результаты образования. Поэтому мы рассматриваем формирование обобщенных логических умений в курсе математики начиная с 5 класса.

При реализации разработанного методического обеспечения целесообразно использовать такие формы обучения как опорные уроки и сквозная актуализация, такие средства обучения как круговые схемы, схема конструирования определений, схемы рассуждений.

Выполненное исследование не охватывает всего круга вопросов, связанных с формированием обобщенных логических умений в курсе математики 5-6 классов. Дальнейшие перспективы работы в рамках темы исследования могут быть связаны с разработкой методического обеспечения формирования обобщенных логических умений на всех этапах обучения.

## Список литературы

1. Далингер, В. А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений [Текст] : кн. для учителя / В. А. Далингер. – М. : Просвещение, 2006. – 256 с.
2. Драбкина, М. Е. О системе целенаправленных упражнений для формирования некоторых логических понятий при изучении математики в средней школе и педагогическом вузе [Текст] : автореф. дис. . канд. пед. наук / М. Е. Драбкина. – Минск, 1971. – 22 с.
3. Никольская, И. Л. Воспитание логической культуры при обучении алгебры в 6-8 классах [Текст] / И. Л. Никольская // Преподавание алгебры в 6–8 классах / сост. Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк. – М. : Просвещение, 1980. – С. 169-185
4. Никольская, И. Л. Гимнастика для ума [Текст] : книга для учащихся / И. Л. Никольская, Л. И. Тигранова. – М. : Просвещение, 1997. – 208 с.
5. Никольская, И. Л. Знакомство с математической логикой [Текст] / И. Л. Никольская ; Моск. психол.-соц. ин-т. – М. : Флинта, 1998. – 128 с.
6. Никольская, И. Л. Изучение логического следования и логической равносильности в 7 классе [Текст] / И. Л. Никольская // Математика в школе. – 1977. – № 1. – С. 37-39.
7. Никольская, И. Л. Математическая логика [Текст] / И. Л. Никольская. – М. : Высшая школа, 1981. – 127 с.
8. Никольская, И. Л. О единой линии воспитания логической грамотности при обучении математике [Текст] / И. Л. Никольская // Преемственность в обучении математике. – М., 1978. – С. 24-36.
9. Никольская, И. Л. Учимся рассуждать и доказывать : книга для учащихся 6-10 кл. сред. шк. [Текст] / И. Л. Никольская, Е. Е. Семенов. – М. : Просвещение, 1989. – 192 с.
10. Никольская, И. Л. Элементы логики [Текст] / И. Л. Никольская – М., 1975. – 224 с.
11. Образовательные стандарты основного образования по математике [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.websib.ru>.
12. Саранцев, Г. И. Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе [Текст] / Г. И. Саранцев. – М. : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2006. – 183 с.

13. Столяр, А. А. Зачем и как мы доказываем в математике [Текст] / А. А. Столяр. – Минск : Вышэйшая школа, 1987. – 142с.
14. Столяр, А. А. Как математика ум в порядок приводит [Текст] / А. А. Столяр. – Минск : Вышэйшая школа, 1982. – 205 с.
15. Столяр, А. А. Логическое введение в математику [Текст] / А. А. Столяр. – Минск : Вышэйшая школа, 1972. – 222 с.
16. Хинчин, А. Я. Педагогические статьи [Текст] / А. Я. Хинчин. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1963. – 204 с.
17. Хуторской, А. В. Современная дидактика [Текст] : учеб. для вузов / А. В. Хуторской. – СПб. : Питер. – 2001. – 536 с.
18. Хуторской, А. В. Является ли модернизация образования инновационным процессом? [Электронный ресурс] / А. В. Хуторской // Интернет-журнал «Эйдос». – 2005. – 29 марта. – Режим доступа : <http://www.eidos.ru/journal/2005/0329.htm>.