

Рассмотрено и
рекомендовано

на заседании кафедры
протокол № 1
«28» августа 2019 г



Рассмотрено
педагогическим

советом
протокол № 21
«29» августа 2019 г



Утверждаю

Директор
«Гимназия № 123»
Ю.М. Колмагорова
«29» августа 2019 г
«Гимназия № 123»-осн
М.П.



МБОУ

МАОУ

Утверждаю
Директор

«Гимназия № 42»
Е.В. Татарникова
М.П.



МБОУ

Дополнительная общеобразовательная программа

Математика, информатика
(предмет, курс)

7-11

(классы)

на 2019-2020, 2020-2021 учебный год

**Ф.И.О., должность
составителя рабочей программы**

Маколкина Татьяна Викторовна,
учитель математики
Клепикова Светлана Владимировна,
учитель математики

Барнаул – 2019 г.

Содержание

Введение.....	3
Описание стажерских площадок	16
Результаты обучения	17
Содержание учебного предмета, курса.....	19
Календарный план.....	33
Содержание программы	37
Список литературы	40
Материально-техническое обеспечение	43
Приложение 1.	44

Введение

Рабочая программа составлена на основе:

Федерального закона от 29.12.2012г. №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации;

Основной образовательной программы основного общего образования МБОУ «Гимназия №123»;

Положения о структуре, порядке разработки, рассмотрения и утверждения рабочих программ учебных предметов, курсов в МБОУ «Гимназия №123»;

Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 17.12.10 №1897 с изменениями и дополнениями от 31.12.2015 №1577).

Постановления Главного государственного санитарного врача РФ от 29.12.2010 N 189 (ред. от 22.05.2019) "Об утверждении СанПиН 2.4.2.2821-10 "Санитарно-эпидемиологические требования к условиям и организации обучения в общеобразовательных учреждениях" (вместе с "СанПиН 2.4.2.2821-10. Санитарно-эпидемиологические требования к условиям и организации обучения в общеобразовательных организациях. Санитарно-эпидемиологические правила и нормативы") (Зарегистрировано в Минюсте России 03.03.2011 N 19993);

Приказа Министерства образования и науки РФ от 31.12.15 №1576 от 31.12.15 №1577, Приказа Главного управления образования и науки Алтайского края №02-06/06/739 от 20.07.16 «О рабочих программах учебных предметов».

Программа реализуется для учащихся 7-11 классов. С 1 декабря 2019 года.

Программа рассчитана на 2019-2020 и 2020-2021 учебные года 2 часа в неделю.

Направленность программы. Данная общеобразовательная программа является общеразвивающей программой углубленного изучения математики и информатики.

Цель программы – повышение качества математического образования на основе апробации инновационных форм сопровождения учащихся в учебной деятельности, обеспечение обучающимся, имеющим высокую мотивацию и проявляющим выдающиеся математические способности, всех условий для развития и применения этих способностей. Обеспечение готовности учащихся к применению математики в других областях деятельности.

Задачи программы:

- Развитие представлений о числе и роли вычислений в человеческой практике, формирование практических навыков выполнения устных, письменных вычислений, развитие вычислительной культуры.

- Овладение символическим языком алгебры и геометрии.

- Формирование представления об изучаемых понятиях и методах как важнейших средствах математического моделирования реальных процессов и явлений.

- Формирование математического аппарата для решения задач из математики, смежных предметов, окружающей реальности.

- Развитие и совершенствование техники алгебраических преобразований, решения уравнений, неравенств, систем.

- Систематическое изучение свойств геометрических фигур и тел в пространстве, развитие пространственных представлений учащихся, освоение способов вычисления практически важных геометрических величин и дальнейшее развитие логического мышления учащихся.

- Развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики.

- Умение применять языки программирования для решения математических задач;

- Развитие логического мышления и речи – умения логически обосновывать суждения, проводить несложные систематизации, приводить примеры и контрпримеры, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический) для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства.

- Овладение умениями применять, анализировать, преобразовывать информационные модели реальных объектов и процессов, используя при этом информационные и коммуникационные технологии.

- Развитие навыков планирования исследовательской и проектной деятельности.

- Развитие у обучающихся познавательного интереса к программированию, математике и происходящим процессам в сфере ИТ.

- Расширение и систематизация знания обучающихся об языках программирования.

- Формирование навыков выполнения технологической цепочки разработки программ средствами языка программирования Python.

- Формирование понятия о ценности математического образования как источника эффективных алгоритмов необходимых для обеспечения Информационного общества.

- Формирование качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе

В процессе преподавания математики и информатики используются следующие цифровые образовательные ресурсы:

- мультимедийные сценарии уроков (презентации);
- готовые учебные и демонстрационные программы;
- проектная деятельность;
- исследовательская деятельность;

- тренажеры для устного счета;
- использование информационных ресурсов Интернет для подготовки к ГИА по математике.

В процессе преподавания математики и информатики используются следующие цифровые технологии:

Технология «3D моделирование»

Технология МСИ (графические калькуляторы, электронные словари, средства интерактивного опроса и контроля качества знаний)

Мультимедийный учебный контент.

Интерактивный электронный контент.

Методы обучения

Индуктивно-репродуктивный метод, его суть заключается в том, что учитель создает такую ситуацию, в которой ученик воспроизводит понятие или теорему в процессе рассмотрения частных случаев (например, при решении задачи или доказательстве теоремы по плану, предложенному учителем; или при решении задач на выделение ситуаций, удовлетворяющих условию теоремы);

Дедуктивно-репродуктивный метод, предполагающий воспроизведение частных случаев в процессе решения задач, где используются общие положения;

Обобщенно-репродуктивный метод, при котором цель достигается путем воспроизведения изученных фактов;

Индуктивно-эвристический метод, предполагающий самостоятельное открытие фактов в процессе рассмотрения частных случаев;

Дедуктивно-эвристический метод, предполагающий открытие частных случаев какого-нибудь факта при рассмотрении общего случая;

Эвристическое обобщение, предполагающее создание учителем ситуации, в которой ученик сам или с небольшой помощью приходит к

обобщению (например, измеряя углы и стороны треугольников, ученик может сам открыть зависимость между ними);

Индуктивно-исследовательский метод, предполагающий проведение исследования различных феноменов посредством их конкретных проявлений (например, изучая свойства четырехугольников в зависимости от наличия у них осей симметрии, можно прийти к таким их видам как прямоугольник, ромб, квадрат);

Дедуктивно-исследовательский метод, предполагающий организацию исследования посредством дедуктивного развития учебного материала;

Обобщенное исследование, предполагающее наличие в учебном материале ситуаций, исследование которых приводит к обобщенному знанию.

Формы обучения:

- индивидуальная форма;
- групповая форма (в том числе парная и в малых группах, группах сменного состава);
- коллективная форма;
- фронтальная форма;
- мастер-классы;
- самостоятельная исследовательская работа обучающихся (проекты);
- урок-консультация;
- выполнение кейс-заданий;

Актуальность.

Согласно Концепции математического образования, утвержденной Распоряжением Правительства Российской Федерации N 2506-р от 24 декабря 2013 года математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные

способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе. Повышение уровня математической образованности сделает более полноценной жизнь россиян в современном обществе, обеспечит потребности в квалифицированных специалистах для наукоемкого и высокотехнологичного производства.

Реализация данной программы позволит привлечь обучающихся к современным исследованиям в области математики и математического моделирования, повысить уровень их конкурентоспособности.

Программа направлена на получение учащимися первых собственных результатов. В идеале школьник, прошедший полный курс обучения, сможет пройти путь «от задачи до результата», у него появятся первые научные публикации в предметной области математики и информатики, а также опыт представления полученных результатов на научных семинарах и форумах.

Отличительной особенностью данной программы является интеграция двух предметов: математики и информатики.

Исключительно велика роль данной программы в том, что она разработана в рамках ключевых направлений Федерального проекта «Кадры для цифровой экономики»: поддержка талантливых школьников и студентов в области математики, информатики и технологий цифровой экономики.

Научная новизна. Школа работает по принципу наставничества. Её цель – не передача определенного объема знаний, а структурирование мышления с помощью конкретных исследовательских задач. Занятия со школьниками носят индивидуальный и групповой характер. Проект соответствует основным мероприятиям Федеральной целевой программы развития образования, а также современными мировыми тенденциями в образовательной сфере.

Требования к уровню подготовки обучающихся

7 класс

В результате изучения курса «Математика» ученики должны *знать*:

- существо понятия математического доказательства; примеры доказательств;
- существо понятия алгоритма; примеры алгоритмов;
- как используются математические формулы, уравнения; примеры их применения для решения математических и практических задач;
- каким образом геометрия возникла из практических задач землемерия; примеры геометрических объектов и утверждений, важных для практики;

уметь:

- составлять буквенные выражения и формулы по условиям задач; осуществлять в выражениях и формулах числовые подстановки и выполнять соответствующие вычисления, осуществлять подстановку одного выражения в другое; выражать из формул одну переменную через остальные;
- выполнять основные действия со степенями с целыми показателями, с многочленами; выполнять разложение многочленов на множители; выполнять тождественные преобразования рациональных выражений;
- решать линейные уравнения, системы двух линейных уравнений;
- решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений, исходя из формулировки задачи;
- находить значения функции, заданной формулой, таблицей, графиком, по ее аргументу; находить значение аргумента по значению функции, заданной графиком или таблицей;
- описывать свойства изученных функций, строить их графики;

- пользоваться геометрическим языком для описания предметов окружающего мира;
- распознавать геометрические фигуры, различать их взаимное расположения;
- изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи;
- вычислять значения геометрических величин (длин, углов), находить стороны, углы треугольников, длины ломанных;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства фигур и отношений между ними, применяя алгебраический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования;

владеть компетенциями: познавательной, коммуникативной, информационной;

учащиеся способны решать следующие жизненно-практические задачи:

- описание реальных ситуаций на языке геометрии;
- решение практических задач, связанных с нахождением геометрических величин (используя при необходимости справочники и технические средства);
- построение геометрическими инструментами (линейка, угольник, циркуль, транспортир);
- выстраивание аргументации при доказательстве (в форме монолога и диалога);
- распознавание логически некорректных рассуждений;

- запись математических утверждений, доказательств, анализ реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков, таблиц;
- решение практических задач в повседневной и профессиональной деятельности с использованием действий с числами, процентов, длин, времени, скорости;
- решение учебных и практических задач, требующих систематического перебора вариантов.

В результате изучения курса «Информатики» ученики должны:

- знать место языка Python среди языков программирования высокого уровня,
- знать особенности структуры программы, представленной на языке Python,
- знать основные операторы языка Python, их синтаксис,
- иметь представление о процессе исполнения каждого из операторов,
- уметь разрабатывать программы обработки числовой и символьной информации,
- уметь разрабатывать программы (линейные, разветвляющиеся и с циклами),
- иметь представление о значении полноценных процедур и функций для структурно-ориентированного языка высокого уровня,
- знать правила описания процедур и функций в Python и построение вызова процедуры,
- иметь представление о рекурсии, знать ее реализацию на Python,
- уметь читать и записывать текстовые файлы в заданном формате.

- решать основные алгоритмические задачи, представленные в пояснительной записке, в среде Python.

8-9 класс

В результате изучения курса математики ученики должны *знать/понимать*:

- существо понятия алгоритма; примеры алгоритмов;
- существо понятия математического доказательства; приводить примеры доказательств;
- как используются математические формулы, уравнения, системы уравнений для решения математических и практических задач;
- как математически определенные функции могут описывать реальные зависимости; приводить примеры такого описания;
- как определяется понятие алгоритма; приводить примеры алгоритмов (описание правил и действий в различных математических преобразованиях);
- примеры геометрических объектов и утверждений о них, важных для практики.

Уметь:

- выполнять тождественные преобразования рациональных выражений;
- применять свойства арифметических квадратных корней для вычисления значений и преобразований числовых выражений, содержащих квадратные корни;
- выполнять основные действия со степенями с целыми показателями;

- решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, решать линейные неравенства с одной переменной и их системы;

- выполнять оценку числовых выражений;

- описывать свойства изученных функций, строить их графики.

- пользоваться геометрическим языком для описания предметов окружающего мира;

- распознавать геометрические фигуры различать их взаимное расположение;

- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства фигур и отношений между ними, применяя дополнительные построения, алгебраический аппарат;

- проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- описания реальных ситуаций на языке геометрии;

- решения практических задач, связанных с нахождением геометрических величин (используя при необходимости справочники и технические средства);

- построений геометрическими инструментами (линейка, угольник, циркуль, транспортир).

10-11 класс

В результате изучения математики ученики должны

знать/понимать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимости во всех областях человеческой деятельности;

- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;

- построения и исследования простейших математических моделей;

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

Геометрический материал

уметь:

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для исследования несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления длин, площадей реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

Описание стажерских площадок

В качестве стажерских площадок выступают следующие образовательные организации: МБОУ «Гимназия №40», МБОУ «Лицей №124», МАОУ «Средняя общеобразовательная школа №132» имени Н.М. Малахова, МБОУ «Лицей №129» им. Сибирского батальона 27-й стрелковой дивизии г.Барнаула, Алтайская краевая детская общественная организация «Центр дополнительного математического образования», Учебный центр факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет».

Стажерская площадка дает расширенное, углубленное образование по математике и информатике с учетом интересов обучающихся и уровнем их подготовки; организует различного вида учебно-развивающую деятельность обучающихся; осуществляет раннюю профилизацию в соответствующей области знаний; создает условия для реализации творческих способностей обучающихся через включение их в исследовательскую деятельность; организует дополнительную подготовку во внеурочной деятельности по математике.

Результаты обучения

Внедрение в практику работы специализированных программ с использованием цифровых технологий способствует:

- повышению эффективности работы образовательной организации;
- повышению качества образования обучающихся школы;
- повышению цифровой компетентности всех участников образовательного процесса.

Предполагаемые продукты:

- Разработки нестандартных уроков (использование межпредметной связи, цифровых технологий, проектного и исследовательского метода обучения, проблемного обучения).
- Проекты и презентации учащихся и педагогов.
- Разработки внеклассных мероприятий с использованием цифровых технологий.

Достижение высоких образовательных результатов каждым учеником возможно при решении задачи оптимального сочетания:

- новых информационно-коммуникативных технологий и электронных учебно-методических комплексов, цифровых технологий;
- разнообразных форм учебной деятельности;
- требований стандарта и индивидуальных способностей учащихся;
- эмоционально-психологической комфортности и интенсивной учебной деятельности.

Планируется

- проведение вебинаров, семинаров, мастер-классов на базе МБОУ «Гимназия №123» с целью трансляции опыта реализации проекта;

- участие педагогов в международной НПК «Актуальные проблемы развития математического образования в школе и вузе», международной НПК «Герценовские чтения», ежегодной открытой городской НПК на базе МБОУ;

- издание методических материалов и рекомендаций; публикация материалов в сборнике по итогам НПК, в средствах массовой информации, на сайте МБОУ.

Привлечение школьников к современным исследованиям в области математики и математического моделирования. Подготовка школьников к поступлению на факультеты естественно-научного профиля в ведущие вузы России. Первые научные публикации в ведущих математических журналах и на сайтах, опыт апробации полученных результатов на школах и конференциях по математике и информатике.

Содержание учебного предмета, курса

7 класс

Математика

Вводное занятие

Для учащихся будет представлена подборка задач на различные темы, изучаемые в курсе освоения принципов решения олимпиадных задач. Данные занятия направлены на выяснение уровня осведомленности детей о принципах решения различных олимпиадных задач.

Формула Пика

Учащиеся в ходе занятий изучат формулу Пика, позволяющую находить площадь многоугольника на клетчатой бумаге быстро и легко. Данные занятия направлены на расширение знаний о многообразии задач на клетчатой бумаге, о приемах и методах решения этих задач. Также данная часть курса будет полезна ученикам при решении задач ЕГЭ и ОГЭ.

Четность

Учащиеся в ходе занятий познакомятся с основными принципами и свойствами четности, при решении задач будут использоваться идеи чередования, различные вариации идеи разбиения на пары, рассмотрение двух множеств, двух категорий, некоторые идеи инвариантов (например, сохранение чётности количества каких-нибудь объектов при описанных в условии задачи операциях), а также другие подходы, прямо или косвенно связанные с понятием чётности.

Принцип Дирихле

Учащиеся в ходе занятий познакомятся с формулировкой и доказательством принципа Дирихле, научатся применять знания об этом принципе при решении задач на конкретных примерах.

Рыцари и лжецы

Учащиеся в ходе занятий познакомятся с принципами решения такой разновидности задач, в которой фигурируют персонажи, которые либо всегда говорят правду («рыцари»), либо всегда говорят ложь («лжецы»). Другими словами, дети научатся решать задачи методом перебора вариантов с исключением тех, которые приводят к противоречию.

Части и проценты

Учащиеся в ходе занятий овладеют умением решать задачи на проценты различных видов различными способами. Также данная часть курса будет полезна ученикам при решении задач ЕГЭ и ОГЭ.

Анализ с конца/подсчет двумя способами

Учащиеся в ходе занятий познакомятся с такими методами решения различных сюжетных, текстовых задач, как метод «с конца» и метод «подсчет двумя способами». Эти методы позволят учащимся в некоторых случаях быстрее и проще давать ответ на вопрос тех задач, при решении которых стандартными способами получается громоздкое и сложное для понимания решение.

Взвешивания на чашечных весах без гирь и с гирями / задачи на переливание

Учащиеся в ходе занятий научатся решать задачи на определение фальшивых монет или предметов разного веса с помощью нескольких взвешиваний на чашечных весах без гирь, либо с помощью взвешиваний, в которых участвуют и гири различного веса. Также ученики познакомятся с методами решения задач на переливание.

Пространственные геометрические задачи

Учащиеся в ходе занятий познакомятся с объемными геометрическими фигурами, научатся работать с развертками таких фигур, тем самым повысят уровень развития пространственного мышления, который характеризуется умением оперировать пространственным образом. Также у учеников начнет формироваться пространственное представление геометрических фигур, что

очень важно в дальнейшем при изучении раздела стереометрии и решении стереометрических задач на уроках математики, решении задач повышенного уровня сложности на ЕГЭ.

Игры. Симметричные стратегии. Выигрышные и проигрышные позиции

Учащиеся в ходе занятий познакомятся с математической составляющей различных игр на 2 и более игрока, узнают основные виды стратегий для безоговорочной победы одного из игроков и смогут потренироваться в применении этих стратегий на практике.

Количество информации (базовые понятия комбинаторики)

Учащиеся в ходе занятий изучат основные понятия и принципы комбинаторики. Во время изучения темы дети будут решать комбинаторные задачи на «перестановки», «сочетания», «размещения» по формулам, что будет способствовать развитию логического мышления.

Раскраски

Учащиеся в ходе занятий познакомятся с таким методом решения олимпиадных задач, как метод раскраски. Идея метода раскраски состоит в том, что мы делим математические объекты на группы, наделяя их некоторыми свойствами. Каждой группе ставим в соответствие свой цвет, а затем составляем цветовую модель, которая нередко помогает найти правильное решение. Применение раскрасок позволяет оригинально, наглядно и просто решать олимпиадные задачи и задачи повышенного уровня сложности.

Равенство треугольников

Учащиеся в ходе занятий изучат различные признаки равенства треугольников и смогут применять их при решении различных геометрических задач, что позволит детям как углубить знания по уже известным признакам, так и открыть для себя новые признаки, изучение которых в школьной программе не предполагается.

Постепенное конструирование

Учащиеся в ходе занятий познакомятся с основными принципами постепенного конструирования и научатся в решении задач переходить от рассмотрения частных случаев к построению обобщенного решения, что является подготовкой детей к изучению метода математической индукции в будущем.

Информатика

1. Вводное занятие

Теория: Знакомство с планом работы курса, инструктаж по ТБ. Опрос по ТБ.

Раздел 1. Знакомство с языком Python

Теория: Общие сведения о языке Python. Установка Python на компьютер. Режимы работы Python. Что такое программа. Первая программа. Структура программы на языке Python. Комментарии.

Практическая работа №1. Режимы работы с Python

Тест №1. Знакомство с языком Python

Раздел 2. Переменные и выражения

Типы данных. Преобразование типов. Переменные. Оператор присваивания. Имена переменных и ключевые слова.

Выражения. Операции. Порядок выполнения операций.

Ввод и вывод. Ввод данных с клавиатуры. Вывод данных на экран. Пример скрипта, использующего ввод и вывод данных. Задачи на элементарные действия с числами. Решение задач на элементарные действия с числами.

Практическая работа №1. Работа со справочной системой.

Практическая работа №2. Переменные.

Практическая работа №3. Выражения

Практическая работа №4. Математические формулы в Python.

Тест №2. Выражения и операции.

Раздел 3. Условные выражения

Логический тип данных. Логические выражения и операторы. Сложные условные выражения (логические операции and, or, not). Условный оператор. Альтернативное выполнение. Примеры решения задач с условным оператором. Множественное ветвление. Реализация ветвления в языке Python.

Практическая работа №1. Логические выражения.

Практическая работа №2. Условный оператор.

Практическая работа №3. Множественное ветвление (2 часа).

Практическая работа №4. Делимость и остатки. Алгоритм Евклида нахождения НОД.

Зачетное занятие «Составление программ с ветвлением» (2 часа).

Тест №3. «Условные операторы».

Раздел 4. Циклы

Понятие цикла. Тело цикла. Условия выполнения тела цикла. Оператор цикла с условием. Оператор цикла while. Бесконечные циклы. Альтернативная ветка цикла while. Обновление переменной. Краткая форма записи обновления. Примеры использования циклов.

Оператор цикла с параметром for. Операторы управления циклом. Пример задачи с использованием цикла for. Вложенные циклы. Циклы в циклах. Случайные числа. Функция randrange. Функция random. Примеры решения задач с циклом.

Практическая работа №1. Оператор цикла с условием (2 часа).

Практическая работа №2. Решение задачи с циклом for (2 часа).

Практическая работа №3. Реализация циклических алгоритмов (2 часа).

Практическая работа №4. Случайные числа.

Практическая работа №6. Наименьший делитель числа.

Практическая работа №7. Числа Фибоначчи.

Практическая работа №8. Создание таблицы квадратов и кубов двузначных чисел.

Практическая работа №9. Таблица умножения.

Тест №4. Циклы

Творческая работа по теме «Решение математических задач с помощью циклов на языке Python» (6 часов).

Раздел 5. Функции

Создание функций. Параметры и аргументы. Локальные и глобальные переменные.

Поток выполнения. Функции, возвращающие результат. Анонимные функции, инструкция lambda. Примеры решения задач с использованием функций.

Рекурсивные функции. Вычисление факториала. Числа Фибоначчи.

Практическая работа №1. Создание функций.

Практическая работа №2. Локальные переменные.

Практическая работа №3. Вычисление степени числа с помощью функции.

Практическая работа №4. Решение задачи о ханойской башне.

Практическая работа №5. Рекурсивные функции.

Тест №5. Функции

Раздел 6. Строки - последовательности символов

Теория: Составной тип данных - строка. Доступ по индексу. Длина строки и отрицательные индексы. Преобразование типов. Применение цикла для обхода строки.

Срезы строк. Сравнение строк. Оператор in. Модуль string. Операторы для всех типов последовательностей (строки, списки, кортежи). Примеры решения задач со строками.

Практическая работа №1. Строки

Практическая работа №2. Срезы строк

Практическая работа №3. Решение задач со строками (2 часа).

8-9 класс

Математика

Метод математической индукции

Принцип математической индукции. Полная и неполная индукция. Доказательство тождеств методом математической индукции. Решение задач на делимость. Доказательство неравенств методом математической индукции.

Геометрическое место точек

Обзор элементарных задач на построение. Деление данного отрезка пополам. Деление данного угла пополам. Построение на данной прямой отрезка, равного данному. Построение угла, равного данному. Построение прямой, проходящей через точку, параллельно данной прямой. Построение прямой, проходящей через точку, перпендикулярно к данной прямой. Деление отрезка в данном отношении. Построение треугольника по трем данным сторонам. Построение треугольника по стороне и двум прилежащим углам. Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними. Построение прямой, проходящей через данную точку и касающейся данной окружности. Построение прямоугольного треугольника по гипотенузе и катету.

Комбинаторика: правило суммы и произведения

Правило суммы. Правило произведения

Сочетания

Сочетания с повторением. Сочетания без повторений.

Числа Фибоначчи

Числа Фибоначчи и их свойства. Задача о кроликах. Решение задач, связанных с числами Фибоначчи

Разрезания и теорема Пифагора

Решение задач на разрезания. Использование теоремы Пифагора при решении задач на разрезания.

Бином Ньютона

Понятие бинома Ньютона. Основные приемы разложения на биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля.

Теорема Чевы

Применение теоремы Чевы для решения геометрических задач.

Формула включений-исключений

Нахождении числа элементов в объединении нескольких множеств. Формула включений и исключений для двух множеств. Формула включений и исключений для трёх множеств. Обобщенная Формула включений и исключений.

Геометрические неравенства

Неравенство треугольника. Средние в геометрических неравенствах. Решение задач с использованием геометрических неравенств.

Арифметика остатков. Малая теорема Ферма

Чётные и нечётные числа. Деление на 3 и остатки. Деление с остатком. Сравнения по модулю. Обратимые элементы и диофантовы уравнения. Алгоритм Евклида. Алгоритм Евклида и диофантовы уравнения. Однозначность разложения на множители. Малая теорема Ферма

Полуинвариант

Решение олимпиадных задач с помощью полуинвариантов.

Триангуляция многоугольников

Триангуляция простого многоугольника. Разбиение на монотонные многоугольники. Триангуляция простого многоугольника. Задача о картинной галерее. Разбиение многоугольника на монотонные многоугольники. Триангуляция монотонного многоугольника.

Графы

Деревья. Плоские графы. Двудольные графы.

Формула Пика

Формула Пика. Формула площади многоугольника через координаты вершин.

Дискретная непрерывность

Понятие дискретно непрерывной величины. Плавный переход от дискретной непрерывности к обычной. Дискретная непрерывность на плоскости. Непрерывность в алгебре. Непрерывность в геометрии (планиметрия).

Неравенства

Неравенства: огрубление. Неравенства. средние. Транснеравенство. Симметрия и цикличность в неравенствах.

Числа Каталана

Вычисления произведений. Последовательность Каталана. Разрезания на треугольники. Треугольник Каталана. Производящие функции.

Преобразования плоскости

Некоторые преобразования плоскости: параллельный перенос, осевая симметрия, центральная симметрия, поворот плоскости, скользящая симметрия. Движения плоскости, свойства, аналитические выражения движения. Классификация движений плоскости. Группа движений плоскости и ее подгруппы. Гомотетия и ее свойства. Группа гомотетий с одним и тем же центром. Подобие плоскости и его свойства. Группа подобий плоскости и ее подгруппы. Аналитические выражения подобия. Подобие как композиция гомотетии и движения. Геометрия группы подобий.

10-11 класс

Математика

Доказательства от противного и принцип Дирихле

На данном занятии учащиеся знакомятся с принципом Дирихле и учатся использовать его при решении задач. Кроме того, отрабатывается метод доказательства от противного. Учащиеся будут формулировать противоположное утверждение и пытаться находить противоречие.

Примеры и контрпримеры

Целью данного занятия является построение примеров, которые доказывают, что упомянутая в условии ситуация возможна; и контрпримеров, которые показывают, что условие задачи не всегда верно.

Инварианты

В каждой задаче этого занятия нужно найти инвариант, т.е. величину или свойство, которое не меняется при разрешённых действиях. Например: чётность, делимость, раскраска, сумма или произведение каких-нибудь чисел.

Остатки

Целью данного занятия является отработка умения работы с остатками при делении.

Графы-1: ГеоГРАФия

Для этого занятия подобраны задачи на знакомство с графами. Учащиеся должны узнать (вспомнить), что такое граф, как связаны в нём количество рёбер и степени вершин.

Графы-2: лемма о рукопожатиях

Целью данного занятия является знакомство с леммой о рукопожатиях. Учащиеся будут применять данную лемму при решении задач, сводящихся к графам.

Просто о простых

На этом занятии учащимся предстоит вспомнить, что такое простые и составные числа, вспомнить разложение составного числа на простые множители, понять, как устроены делители составного числа и сколько их может быть.

НОД и НОК

На занятии учащиеся вспомнят что такое НОД и НОК двух чисел, как их вычислять, а также будут применять НОД и НОК при решении разнообразных задач.

Алгоритм Евклида

Целью данного занятия является знакомство с алгоритмом Евклида, который позволяет достаточно легко и быстро вычислять НОД двух чисел.

Математические игры-1: явные стратегии

На занятии учащиеся узнают, что такое выигрышная стратегия, а также будут придумывать такие стратегии для некоторых игр.

Математические игры-2: анализ позиций

На данном занятии учащиеся научатся анализировать выигрышные и проигрышные позиции в играх.

Индукция

Целью данного занятия является знакомство (или напоминание) с методом математической индукции. Учащиеся тренируются использовать данный метод для решения задач, доказательства равенств и неравенств.

Найди крайнего

На занятии учащиеся узнают, что такое метод крайнего, а также как применять данный метод для решения задач.

Множества

Целью данного занятия является отработка умения работы с различными множествами и операциями с ними.

Сумма углов треугольника

Вводное занятие по геометрии, на котором учащиеся отрабатывают метод подсчёта углов.

Неравенство треугольника

На данном занятии учащиеся будут использовать неравенство треугольника для доказательства различных геометрических и алгебраических неравенств.

Построения циркулем и линейкой

На занятии напоминаются основные построения с помощью циркуля и линейки, а затем учащиеся пробуют комбинировать основные построения для решения геометрических задач на построения.

Средняя линия треугольника

Целью данного занятия является отработка использования средней линии треугольника и её свойств для решения задач.

Построение отрезков

Занятие посвящено построению отрезков заданной длины с помощью циркуля и линейки. Вводится понятие построимых чисел.

Пифагоровы треугольники

На занятии учащиеся вспоминают, что такое пифагоровы треугольники, и узнают, как они связаны с уравнениями в целых числах.

Равные площади

Занятие посвящено использованию понятия “площадь” при решении задач, а также доказательства различных свойств, например, свойства биссектрис треугольника.

Окружности

На данном занятии учащимся напоминают о вписанных и описанных многоугольниках, вписанных и центральных углах, а также о свойствах касательных.

Радикальная ось

Занятие посвящено радикальной оси двух окружностей, а также её применению к решению задач.

Сложить или умножить?

Вводное занятие по комбинаторике, целью которого является напоминание основных правил решения комбинаторных задач.

Факториал

На данном занятии учащиеся вспоминают, что такое факториал числа, а также как он связан с различными комбинациями объектов.

От порядка к беспорядку

На данном занятии учащиеся самостоятельно по шагам доказывают формулы для нахождения числа размещений и числа повторений, а также учатся использовать данные формулы для решения задач.

Много похожих задач

На занятии вводится понятие изоморфизма задач. Цель занятия — научиться находить изоморфные друг другу задачи.

Треугольник Паскаля

Занятие посвящено доказательству некоторых свойств треугольника Паскаля и использованию данных свойств.

История про сочетания

Основная идея этого занятия — познакомить школьников с различными свойствами чисел сочетаний и показать их связь с элементами треугольника Паскаля.

Шары и перегородки

На данном занятии отрабатываются навыки работы с задачами типа «шары и перегородки», а также с задачами, которые сводятся к такому типу.

Формулы сокращённого умножения

Целью данного занятия является отработка использования формул сокращённого умножения: степени суммы/разности и суммы/разности степеней.

Неравенство о среднем

На данном занятии доказывается неравенство Коши для среднего арифметического и среднего геометрического. Затем данное неравенство применяется для решения задач.

Неравенства о средних

Целью данного занятия является знакомство с неравенствами для различных средних: среднего квадратичного, среднего гармонического и т.д.

Календарный план

Тематическое планирование 7 класс (математика)

№ п/п	Наименование тем	Количество часов		
		Всего	Теория	Практика
1	Вводное занятие	2	1	1
2	Формула Пика	2	1	1
3	Четность	8	3	5
4	Принцип Дирихле	6	2	4
5	Рыцари и лжецы	4		4
6	Части и проценты	8	3	5
7	Анализ с конца/подсчет двумя способами	4	2	2
8	Взвешивания на чашечных весах без гирь и с гирями / задачи на переливание	4		4
9	Пространственные геометрические задачи	7	3	4
10	Игры. Симметричные стратегии. Выигрышные и проигрышные позиции	6	2	4
11	Количество информации (базовые понятия комбинаторики)	6	2	4
12	Раскраски	4		4
13	Равенство треугольников	5	2	3
14	Постепенное конструирование	4		4
	ВСЕГО	70	21	49

Тематическое планирование 7 класс (информатика)

№ п/п	Наименование тем	Количество часов		
		Всего	Теория	Практика
	Инструктаж по технике безопасности в компьютерном классе	1	1	
1.	Раздел 1. Знакомство с языком Python	4	2	2
1.1	Общие сведения о языке Python	1	1	
1.2.	Режимы работы с Python	2	1	1
1.3	Тест №1. Знакомство с языком Python	1		1
2.	Раздел 2. Переменные и выражения	9	4	5

2.1	Работа со справочной системой	2	1	1
2.2	Переменные	1		1
2.3	Выражения	2	1	1
2.4	Ввод и вывод	1	1	
2.5	Задачи на элементарные действия с числами	2	1	1
2.6	Тест №2. Выражения и операции.	1		1
3	Раздел 3. Условные выражения	10	3	7
3.1	Логические выражения и операторы.	2	1	1
3.2	Условный оператор	2	1	1
3.3	Множественное ветвление	3	1	2
3.6	Зачетное занятие «Составление программ с ветвлением».	2		2
3.7	Тест №3. «Условные операторы».	1		1
4	Раздел 4. Циклы	23	5	18
4.1.	Оператор цикла с условием	3	1	2
4.2.	Оператор цикла for	3	1	2
4.3.	Вложенные циклы	3	1	2
4.4.	Случайные числа	2	1	1
4.5.	Примеры решения задач с циклом	5	1	4
4.7	Тест №4. Циклы	1		1
4.8	Творческая работа «Циклы»	6		6
5	Раздел 5. Функции	10	4	6
5.1.	Создание функций	2	1	1
5.2.	Локальные переменные	2	1	1
5.3.	Примеры решения задач с использованием функций	3	1	2
5.5	Рекурсивные функции	2	1	1
5.6	Тест № 5. Функции	1		1
6	Раздел 6. Строки - последовательности символов	9	3	6
6.1.	Строки	2	1	1
6.2.	Срезы строк	2	1	1
6.3	Примеры решения задач со строками со строками.	5	1	4
7	Зачет по курсу	2		2

	«Программирование на языке Python»			
8	Резерв	2		2
	ВСЕГО	70	22	48

Тематическое планирование 8-9 класс (математика)

№ п/п	Наименование тем	Количество часов		
		Всего	Теория	Практика
1.	Метод математической индукции	4	1	3
2.	Геометрическое место точек	4	2	2
3.	Комбинаторика: правило суммы и произведения	2	1	1
4.	Сочетания	2	1	1
5	Числа Фибоначчи	2		2
6	Разрезания и теорема Пифагора	4	1	3
7	Бином Ньютона	4	2	2
8	Теорема Чевы	4	1	3
9	Формула включений-исключений	2		2
10	Геометрические неравенства	6	2	4
11	Арифметика остатков. Малая теорема Ферма	5	1	4
12	Полуинвариант	4		4
13	Триангуляция многоугольников	4	2	2
14	Графы	4	2	2
15	Формула Пика	2		2
16	Дискретная непрерывность	4	1	3
17	Неравенства	6	2	4
18	Числа Каталана	2		2
19	Преобразования плоскости	5	2	3
	ВСЕГО	70	21	49

Тематическое планирование 10-11 класс (математика)

№ п/п	Наименование тем	Количество часов		
		Всего	Теория	Практика
1	Доказательства от противного и принцип Дирихле	2	1	1
2	Примеры и контрпримеры	2		2
3	Инварианты	2		2

4.	Остатки	2		2
5	Графы-1: ГеоГРАФия	2		2
6	Графы-2: лемма о рукопожатиях	2		2
7	Просто о простых	2		2
8	НОД и НОК	4	1	3
9	Алгоритм Евклида	2		2
10	Математические игры-1: явные стратегии	2	2	
11	Математические игры-2: анализ позиций	2		2
12	Индукция	2		2
13	Метод крайнего	2		2
14	Множества	2		2
15	Сумма углов треугольника	2		2
16	Неравенство треугольника	3	1	2
17	Построения циркулем и линейкой	3	1	2
18	Средняя линия треугольника	2		2
19	Построение отрезков	2		2
20	Пифагоровы треугольники	2		2
21	Равные площади	2		2
22	Окружности	2		2
23	Радикальная ось	2		2
24	Сложить или умножить?	2		2
25	Факториал	2		2
26	От порядка к беспорядку	2		2
27	Много похожих задач	2		2
28	Треугольник Паскаля	2	1	1
29	История про сочетания	2		2
30	Шары и перегородки	2		2
31	Формулы сокращённого умножения	2		2
32	Неравенство о среднем	2		2
33	Неравенства о средних	2		2
	ВСЕГО	70	7	63

Содержание программы

Сроки проведения	Наименование мероприятия	Количество преподавателей	Количество школьников
Январь 2020 – Май 2020, Сентябрь 2020 – май 2021 2 часа в неделю	Аудиторные занятия по программам дополнительного математического образования	4	7 класс (20-30) 8 класс (20-30) 9 класс (20-30) 10-11 класс (20-30)
Январь 2020 – Май 2020, Сентябрь 2020 – май 2021 (1 раз в 2 недели)	Семинар по геометрии и математическому моделированию	4	20-30
Январь 2020 – Май 2020, Сентябрь 2020 – май 2021 (1 раз в 2 недели)	Мастер-классы	4	20-30
Сентябрь 2020 г.	Проведение вебинара по распространению опыта работы математической школы	4	
Январь 2020 – Май 2020, Сентябрь 2020 – май 2021 (1 раз в неделю)	Индивидуальная работа научных консультантов с учащимися	4	10-20
6-12 января 2020 г. 4-10 января 2021 г.	Профильная математическая смена на базе гимназии	8	200
Октябрь 2020 г	Участие в конференции «Актуальные проблемы развития математического образования в школе и вузе» г. Барнаул	3	

Октябрь 2020 г	Участие в конференции «Герценовские чтения» г.Санкт-Петербург	2	
21 марта 2020 г.	Проведение городской НПК для школьников на базе гимназии	10	200
28 марта 2020 г.	Проведение региональной НПК для учителей на базе гимназии	80-100	
Ноябрь 2021 г.	Участие в «Ломоносовских чтениях на Алтае» АлтГУ, г.Барнаул	2	5-10
Май 2020 г.	Участие в краевой НПК «Будущее Алтая», АлтГТУ, г.Барнаул		5-10
Апрель 2021 г.	Участие в научной конференции студентов, магистрантов, аспирантов и обучающихся общеобразовательных организаций. АлтГУ, г.Барнаул		5-10
Март 2021 г.	Участие в международной НПК «Первые шаги в науку», г.Бийск		5-10
Январь 2020 – Май 2020, Сентябрь 2020 – май 2021 (постоянно)	Подготовка публикаций на сайтах, в печатных изданиях	5	10-20
Ноябрь 2020 г.	Участие в Уральском турнире юных математиков	1	6
Декабрь 2020 г.	Участие в кубке памяти А.Н. Колмогорова	1	6
Октябрь-ноябрь 2020 г.	Участие в командно-личном турнире школьников по математическому	1	6

	моделированию. СУНЦ МГУ		
Январь 2020 г., 2021 г.	Участие в турнире математических боев памяти Е.В. Напалковой	4	30

Список литературы

литература для учителя

1. Блинков А.Д. Геометрические задачи на построение / А.Д. Блинков, Ю.А. Блинков. – М.: МЦНМО, 2010. – 152 с.
2. Блинков А.Д. Геометрия в негеометрических задачах / А.Д. Блинков. – М.: МЦНМО, 2018. – 160 с.
3. Блинков А.Д. Классические средние в арифметике и в геометрии / А.Д. Блинков. – М.: МЦНМО, 2012. – 168 с.
4. Блинков А.Д. Последовательности / А.Д. Блинков. – М.: МЦНМО, 2018. – 160 с.
5. Бураго А.Г. Дневник математического кружка: первый год занятий / Перевод с английского А.В. Абакумова. – М.: МЦНМО, 2017. – 368 с.
6. Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет-школа [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.bymath.net>
7. Гуровиц В.М. Графы / В.М. Гуровиц, В.В. Хорвина. – М.: МЦНМО, 2008. – 32с.
8. ЕГЭ по математике: подготовка к тестированию [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.uztest.ru>
9. Заславский А. А. Шаповалов А. В. Задачи о турнирах / А.А. Заславский, Б.Р. Френкин. – М.: МЦНМО, 2013. – 104 с.
10. Кноп К.А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам / К.А. Кноп. – М.: МЦНМО, 2010. – 104 с.
11. Математическое образование: прошлое и настоящее. Интернет-библиотека по методике преподавания математики [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.mathedu.ru>

12. Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов [Электронный ресурс]. – URL: <http://school-collection.edu.ru/collection/matematika>
13. Медников Л. Э. Чётность/ Л. Э. Медников. –4-е изд., стереотип. М.: МЦНМО, 2013. 60 с.
14. Мерзон Г.А. Длина, площадь, объём / Г. А. Мерзон, И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2011. – 48 с.
15. Портал Math.ru: библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы, учительская, история математики [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.math.ru>
16. Раскина И. В. Логические задачи / И. В. Раскина, Д. Э. Шноль. – М.: МЦНМО, 2013. – 120 с.
17. Сгибнев А. И. Делимость чисел и простые числа / А. И. Сгибнев. – М.: МЦНМО, 2012. – 110 с.
18. Чулков П.В. Арифметические задачи / П.В. Чулков. – М.: МЦНМО, 2009. – 64 с.

литература для учащихся

1. Занимательная математика – Олимпиады, игры, конкурсы по математике для школьников [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.math-on-line.com>
2. Интернет-проект «Задачи» [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.problems.ru>
3. Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online) [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.mathtest.ru>
4. Перельман Я. Живая математика / Я. Перельман. – М.: Аванта, 2017. – 224 с.
5. Перельман Я. Научные фокусы и загадки / Я. Перельман. – М.: Аванта, 2015. – 160 с.

6. Прикладная математике: справочник математических формул, примеры и задачи с решениями [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.pm298.ru>

Материально-техническое обеспечение

Материальное обеспечение:

- аудитория для теоретических и практических занятий, с необходимой ученической мебелью;

- компьютерный класс с выходом в интернет и необходимым для стандартного функционирования программным обеспечением;

- видеопроекторное оборудование;

Специальное программное обеспечение:

- Язык программирования Python;

- Живая Математика 5.0. Виртуальная математическая лаборатория

Наглядные и дидактические материалы.

Электронные обучающие ресурсы.

Темы для научно-исследовательской деятельности

7 класс

1. Реферативные темы.

Как в старину считали на Руси? Счет у народов мира

Системы счисления в прошлом и настоящем

Математические величины и числа в сказках, пословицах и поговорках

Магические числа

Танграм

Геометрические головоломки

Дроби в старинных задачах

История вопроса: во сколько раз длина окружности больше ее диаметра

Первый учебник математики на Руси

Десятичная система мер

Почему в окружности 360° ?

Сказ о геометрии.

Множества вокруг нас

Решение задач с помощью кругов Эйлера

Инструменты для измерения углов. Углы в нашем доме. Единицы измерения углов: градус, минута, секунда.

Приемы устных вычислений

Геометрические тела в окружающем мире.

Энергетический коллапс. Считаем без калькулятора (с помощью старинных вычислительных инструментов).

Почему нельзя делить на ноль?

Симметрия в природе, технике, архитектуре и искусстве.

Промилле.

Измерительные инструменты : история и современность.

Совершенные и дружественные числа.

Роль процентов в жизни человека.

Какие задачи по математике решали школьники 100-150 лет назад?

Решето Эратосфена

Гексамино и гексатрион

Красота математики в задачах на разрезание

Математика и шахматы/Координатная плоскость и шахматы

Математика и здоровье человека

Масштаб и его применение / Масштаб. Работа с компасом, GPS-навигация

Пропорция в работах великого Леонардо да Винчи

Математическая модель вышивания на окружности.

Геометрия и криптография

Египетские дроби

Эти «непростые» простые числа

В мире математических иллюзий

Магический квадрат — магия или наука

Секрет происхождения арабских цифр

Фракталы

Числа Мерсенна

Лист Мёбиуса, бутылка Клейна и подобные им фигуры.

Математика на клетчатой бумаге

Складные числа

Процентные расчёты на каждый день

Цепные дроби

Золотое сечение

2. Учебно-исследовательские задачи.

Способы вычисления приближения числа π на практике

Решить задачу: На окружности отмечены 12 точек на равном расстоянии друг от друга (циферблат). Одна из точек – стартовая. Её соединяют отрезком с точкой, отстоящей от неё на d дуг по часовой стрелке (например, если $d = 1$, то берём соседнюю точку). Эту новую точку также соединяем отрезком с точкой, отстоящей от неё на d дуг, где $d < 12$. Так продолжают, пока последняя точка не совпадёт со стартовой. Получается замкнутая ломаная.

При каких d может получиться квадрат, треугольник, отрезок?

При каких d все 12 точек окажутся вершинами ломаной? (Например, при $d = 1$ окажутся, а при $d = 2$ нет.)

Сколько оборотов делает ломаная до замыкания? (При $d = 1$ всего один оборот.)

Как изменятся ответы 1-3 пунктов, если отметили: 11 точек, 10 точек, 9 точек? Сформулируйте утверждение, обобщающее эту задачу.

Нет ли совпадающих ломаных? В каких случаях они совпадают? Как изменятся результаты пунктов 1-4 с учётом этого наблюдения?

Замечательные числа

Назовем натуральное число «замечательным», если оно самое маленькое среди всех натуральных чисел с такой же суммой цифр. Например, число 1 замечательное, потому что оно самое маленькое из чисел 1, 10, 100, 1000 и так далее. 1 – это первое замечательное число. Найдите второе замечательное число. Опишите все числа, у которых сумма цифр такая же. То же для третьего, десятого, 2010-го замечательного числа.

Найдите самое большое двузначное замечательное число. Какой у него номер?

Прямоугольники с заданной площадью

На клетчатой бумаге нарисуйте все прямоугольники, у которых площадь равна 24 клеткам. (Стороны должны идти по границам клеток.) Сколько получится таких прямоугольников?

Для каких площадей бывает только один прямоугольник? Для каких – два разных прямоугольника? Три разных прямоугольника? Как зависит количество вариантов от площади?

Найдите из всех прямоугольников с одинаковой площадью тот, у которого периметр наименьший.

Разложение числа

Число 15 можно тремя способами представить в виде суммы последовательных натуральных чисел: $15 = 7 + 8 = 4 + 5 + 6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$. А сколько таких способов для числа 115? Как найти количество способов для произвольного числа?

Суперкомпьютер

Суперкомпьютер умеет выполнять только одну операцию- операцию смешивания двух чисел: из чисел m , n компьютер получает число $(m+n) / 2$. Если $m+n$ – нечетное, то компьютер зависает. Все полученные числа хранятся в памяти. Пусть нам даны три числа, одно из которых ноль, а два другие натуральные и не равны друг другу. Для каких чисел m и n на суперкомпьютере можно получить единицу?

Диагонали прямоугольников

На листе бумаги в клеточку обвели прямоугольник размером 199×991 клеток. Через сколько узлов (т.е. вершин клеточек) проходит диагональ? Сколько клеток пересекает диагональ этого прямоугольника? Попробуйте дать ответ для произвольного размера прямоугольника – размером $M \times N$ клеток.

Примечание. Диагональ пересекает клетку, если она заходит «внутрь» этой клетки, а не просто проходит через вершину.

Задача о размене

Какие суммы можно уплатить монетами по 3 и 5 рублей? Обобщение: какие числа выражаются комбинацией $ax+by$, где a и b – данные натуральные числа, x и y – произвольные целые неотрицательные числа.

Складные квадраты

Складные числа – это числа, квадрат которых оканчивается на это же число. Например:

$$5^2=2\underline{5}; \quad 6^2=3\underline{6}; \quad 25^2 = 6\underline{25}.$$

«Пятью **пять** – двадцать **пять**», «шестью **шесть** – тридцать **шесть**».

Найдите как можно больше складных чисел; найдите способ нахождения всех таких чисел.

Поиск чисел с заданным количеством делителей

Есть только одно число, имеющее ровно один делитель, - это единица. Ровно два делителя имеют все простые числа. Ровно три делителя имеют, например, числа 4 и 9, являющиеся квадратами простых чисел. Все ли числа, имеющие ровно три делителя, обладают этим свойством? Каким может быть вид числа, имеющего ровно 4 делителя? 5 делителей? Для данного натурального числа N опишите все натуральные числа, имеющие ровно N делителей.

Оси куба

Возьмём кубик, проткнём его спицей через центры противоположных граней и начнём поворачивать. За один оборот кубик будет 4 раза совпадать со своим первоначальным положением. Поэтому такую ось называют осью вращения 4-го порядка. Какие ещё оси есть у куба, и каких порядков? Что изменится, если срезать у куба один уголок? Два противоположных уголка? Два уголка с одной грани? С одного ребра? Те же вопросы, если срезать три уголка.

Квадраты на клетчатой бумаге

Квадраты какой площади можно нарисовать на клетчатой бумаге? (Вершины должны лежать в вершинах клеток.) Для начала попробуйте нарисовать квадраты площадью 1, 2, 4, 5, 8, 13, 26 клеток.

Раскраски

Сколькими способами можно раскрасить шесть граней одинаковых кубиков шестью красками по одной на грани так, чтобы никакие два из получившихся раскрашенных кубиков не были одинаковыми (не переходили один в другой при каком-то вращении)?

Число циклов

Рассмотрим перестановку шести чисел:

$$\begin{pmatrix} 123456 \\ 213645 \end{pmatrix}$$

(эта запись означает, что каждое число из верхней строчки переходит в стоящее под ним число нижней: 1 переходит в 2, 2 – в 1, 3 – в 3, и так далее). Будем производить перестановку многократно и проследим за судьбой каждого числа:

1-> 2 -> 1 -> 2 -> 1 -> 2 -> ... Получился цикл длины 2.

3 -> 3-> 3 -> ... Получился неподвижный элемент или цикл длины 1.

4-> 6 -> 5 -> 4 -> 6-> 5 -> ... Получился цикл длины 3.

Задача: изучить все перестановки данных шести чисел и подсчитать общее количество циклов длины 1, 2, 3, ..., 6 в этих перестановках. Обобщить на перестановку n чисел.

Ладья – ферзь

Ладья. Двое играют в следующую игру: на поле, ограниченном снизу и слева, они двигают ладью по очереди вниз или влево. Выигрывает тот, кто ставит ладью в угол доски (клетка 1,1). Требуется найти правильную стратегию игры и определить, кто будет выигрывать, начиная с данной точки поля.

Ферзь. Двое играют в следующую игру: на поле, ограниченном снизу и слева, они двигают ферзя вниз, влево или по диагонали вниз и влево. Выигрывает тот, кто ставит ферзя в угол доски (клетка 1,1). Требуется найти правильную стратегию игры и определить, кто будет выигрывать, начиная с данной точки поля.

Угадайка

Один из игроков загадал число, меньшее 100. Другой задает ему вопросы, на которые первый может отвечать только «да» или «нет». Как правильно задавать вопросы, чтобы как можно быстрее отгадать число?

Угадайка с враньём. Тот же вопрос, если отвечающий может соврать один раз.

Угадайка с платой. За каждый ответ «да» спрашивающий платит 1 рубль, за каждый ответ «нет» – 2 рубля. Как правильно задавать вопросы, чтобы отгадать число, заплатив как можно меньшую сумму?

Обезьяна и кокосы

Есть башня в 10 этажей и два кокоса. Кокосы можно сбрасывать с каждого этажа и они могут разбиться и не разбиться. Нужно определить максимальный этаж, с которого кокос может упасть не разбившись, за наименьшее число попыток (обезьяна ленивая).

Например, если бы у обезьяны был только один кокос, то бросать его приходилось бы со всех этажей начиная с первого этажа.

8-11 классы

Алгебраические уравнения и Python

Восстановление треугольника по трём точкам

Комплексные числа в геометрии

Метод Ньютона и его приложения к решению уравнений

Плоскость Лобачевского

Алгоритмы компьютерной графики

Кривые Безье

Метод Монте-Карло для нахождения площадей

Вычисление приближения числа π

Равновеликие и равносторонние фигуры

Фракталы и компьютерная графика

Системы счисления с нецелыми основаниями

Графики функций и вписанные в них треугольники

Замощения плоскости многоугольниками

Произведение последовательных натуральных чисел и точные степени

Построимые числа